

Появление и синхронизация solitary state chimera в связанных ансамблях нелинейных осцилляторов

Рыбалова Елена Владиславовна
Анищенко Вадим Семенович

Саратовский государственный университет
Кафедра радиопизики и нелинейной динамики

Саратов, 3 июня 2018

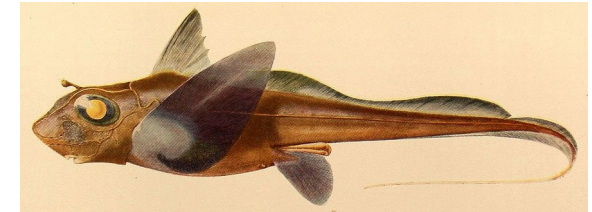
Химеры

1. Химера — в греческой мифологии чудовище с головой и шеей льва, туловищем козы, хвостом в виде змеи; порождение Тифона и Ехидны.



2. Химера — организм, состоящий из генетически разнородных клеток. У животных химерами называют организмы, клетки которых происходят от двух и более зигот.

3. Химерообразные, или Химеры — отряд хрящевых рыб из подкласса цельноголовых. Это морские рыбы, населяющие материковый склон.



4. Химера — в палеонтологии термин применяемый для названия никогда не существовавших организмов, ошибочно реконструированных на основе остатков организмов различных видов.

5. Химера — в пассионарной теории этногенеза этническая форма и продукт контакта несовместимых этносов, принадлежащих к различным суперэтническим системам. (Термин введён Л.Н. Гумилёвым).

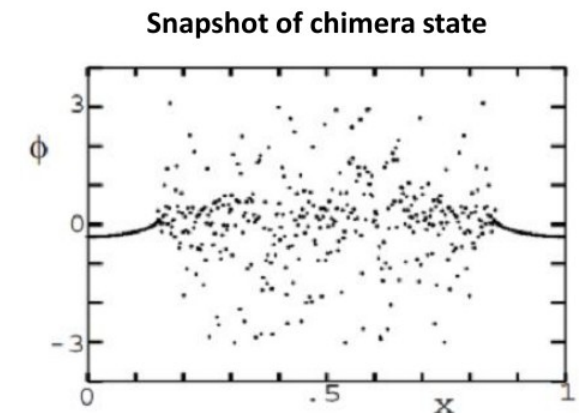


Химеры в физике

1. Kuramoto Y., Battogtokh D. Coexistence of Coherence and Incoherence in Nonlocally Coupled Phase Oscillators //Nonlinear phenomena in complex systems. - 2002. - Т. 5. - №. 4. - С. 380-385.

Kuramoto phase oscillator model:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \omega - \int_{-\pi}^{\pi} G(x-x') \sin[\psi(x,t) - \psi(x',t) + \alpha] dx' \quad \text{with} \quad \underbrace{G_{\text{exp}}(x) = \frac{\kappa}{2} e^{-\kappa|x|}}_{\text{Exponential coupling function}}$$



2. Abrams D. M., Strogatz S. H. Chimera states for coupled oscillators //Physical review letters. - 2004. - Т. 93. - №. 17. - С. 174102.

Химера – это пространственно-временная структура в сети идентичных связанных осцилляторов, в которой сосуществуют синхронные и асинхронные колебания

Химеры в биологических сетях

Фибрилляция желудочков[3]

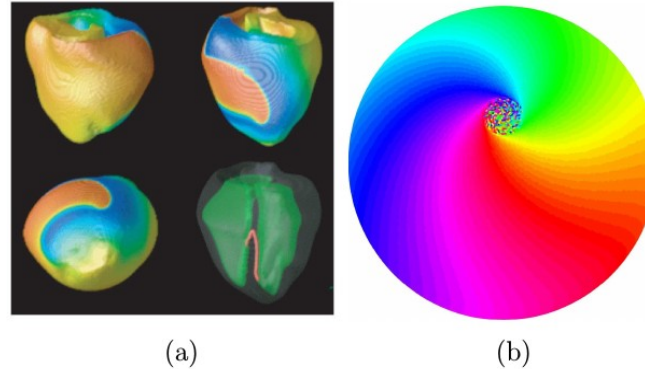
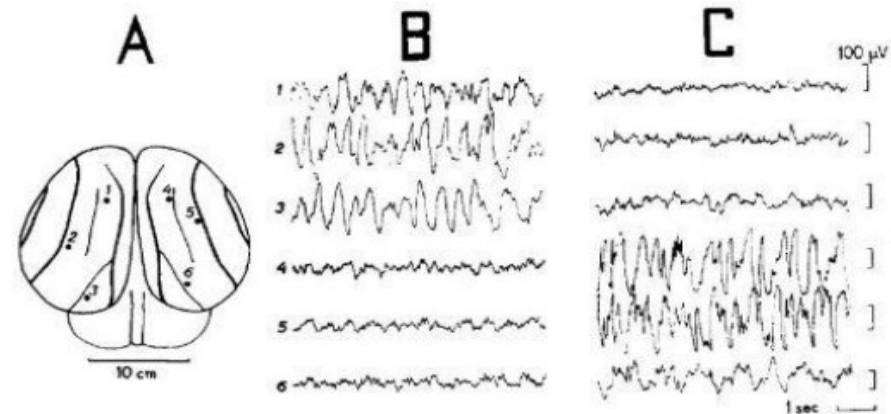


Figure 3. Spiral Waves. (a) A spiral wave on the surface of a human heart. Reproduced with permission from [51]. © IOP Publishing & Deutsche Physikalische Gesellschaft. CC BY-NC-SA. (b) A spiral wave chimera state on the surface of a sphere.

Сон одним полушарием[4]



3. Panaggio M.J., Abrams D.M. Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators//Nonlinearity.-2005.-T.28.-№.3.-C.R67

4. L. Mukhametov et al., Brain Research, 134, 581-584 (1977)

Исследуемая система

$$\left\{ \begin{array}{l} x_i^{t+1} = f(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma_1}{2P} \sum_{j=i-P}^{j+P} [f(x_j^t, y_j^t) - f(x_i^t, y_i^t)] + \gamma_1 F_i^t, \\ y_i^{t+1} = \beta x_i^t; \\ u_i^{t+1} = g(u_i^t, v_i^t) + \frac{\sigma_2}{2R} \sum_{j=i-R}^{j+R} [g(u_j^t, v_j^t) - g(u_i^t, v_i^t)] + \gamma_2 G_i^t, \\ v_i^{t+1} = \beta u_i^t; \\ z_i^{t+1} = f(z_i^t, s_i^t) + \frac{\sigma_3}{2T} \sum_{j=i-T}^{j+T} [f(z_j^t, s_j^t) - f(z_i^t, s_i^t)] + \gamma_3 H_i^t, \\ s_i^{t+1} = \beta z_i^t; \end{array} \right.$$

Отображение Лози
(почти гиперболический аттрактор):

$$\begin{aligned} x^{t+1} &= 1 - \alpha|x^t| + y^t \\ y^{t+1} &= \beta x^t. \end{aligned}$$

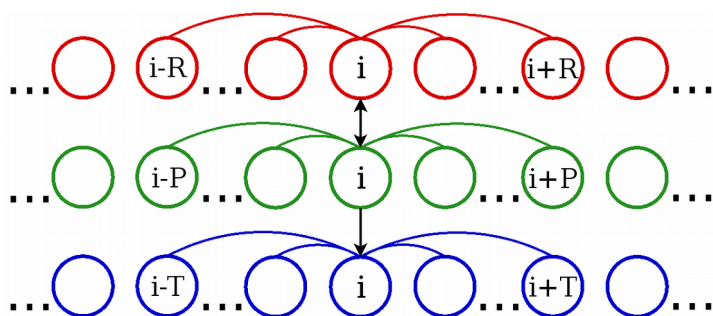
Отображение Эно
(негиперболический аттрактор):

$$\begin{aligned} x^{t+1} &= 1 - \alpha(x^t)^2 + y^t \\ y^{t+1} &= \beta x^t. \end{aligned}$$

Слагаемое связи между
кольцами:

$$G_i^t = x_i^t - u_i^t = -F_i^t$$

$$H_i^t = f(x_i^t, y_i^t) - f(z_i^t, s_i^t)$$



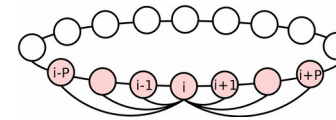
где $\mathbf{i} = 1, 2 \dots \mathbf{N}$ – номер осциллятора, $\mathbf{N}=1000$ – число элементов в кольце, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – коэффициенты связи, $\mathbf{R}, \mathbf{P}, \mathbf{T}$ – число соседних элементов слева и справа, связанных с i -ым элементом, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{v}), \mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{s})$ – первое уравнение двумерного отображения, $\mathbf{r} = \mathbf{P}/\mathbf{N}$ – радиус нелокальной связи; $\alpha = 1.4, \beta = 0.3$.

Solitary state chimera

Тифон + Ехидна



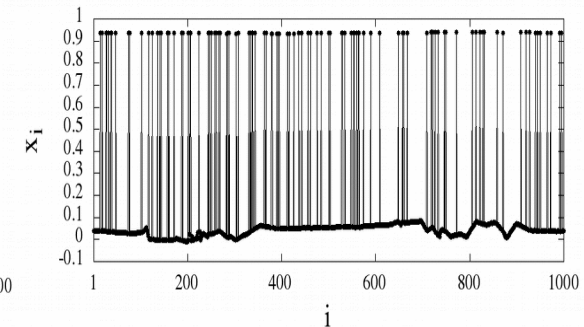
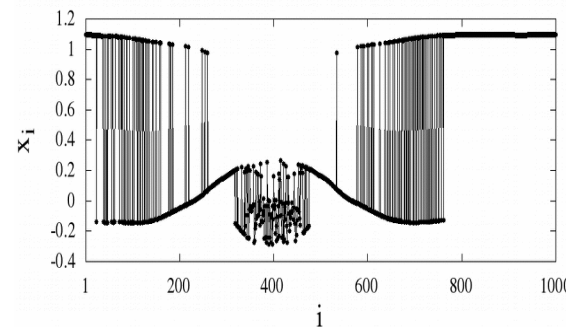
≡ Химера



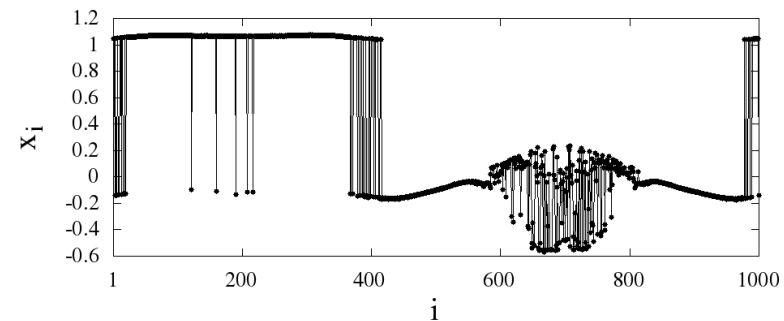
Эно[5]

+

Лози[5]



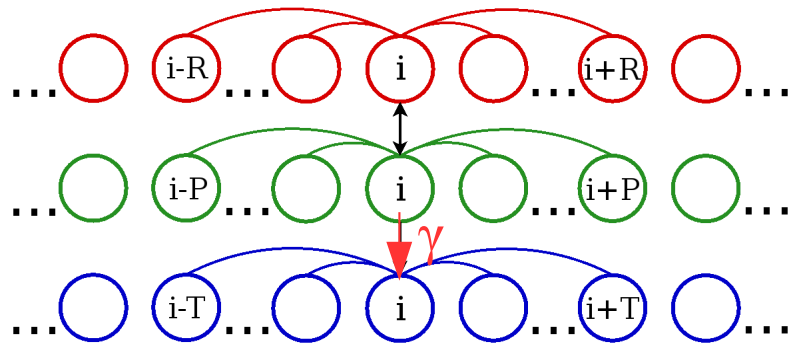
≡ Solitary state chimera (SSC)[6]



5. Semenova N.I., Rybalova E.V., Strelkova G.I., Anishchenko V.S., “Coherence-incoherence transition in ensembles of nonlocally coupled chaotic oscillators with nonhyperbolic and hyperbolic attractors.”, Regular and Chaotic Dynamics, 2017, vol. 22, no. 2, pp. 148-162

6. Bukh A. et al. New type of chimera and mutual synchronization of spatiotemporal structures in two coupled ensembles of nonlocally interacting chaotic maps //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2017. – Т. 27. – №. 11. – С. 111102.

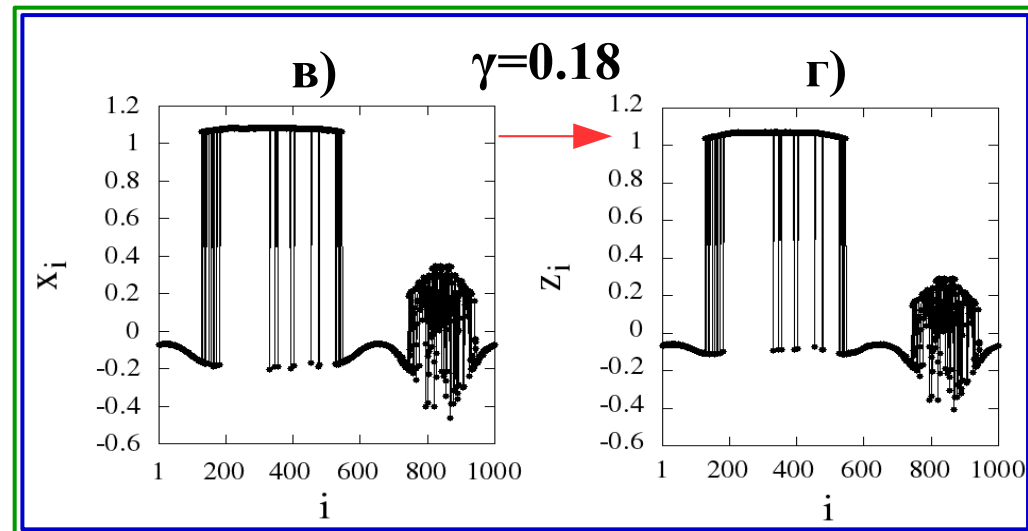
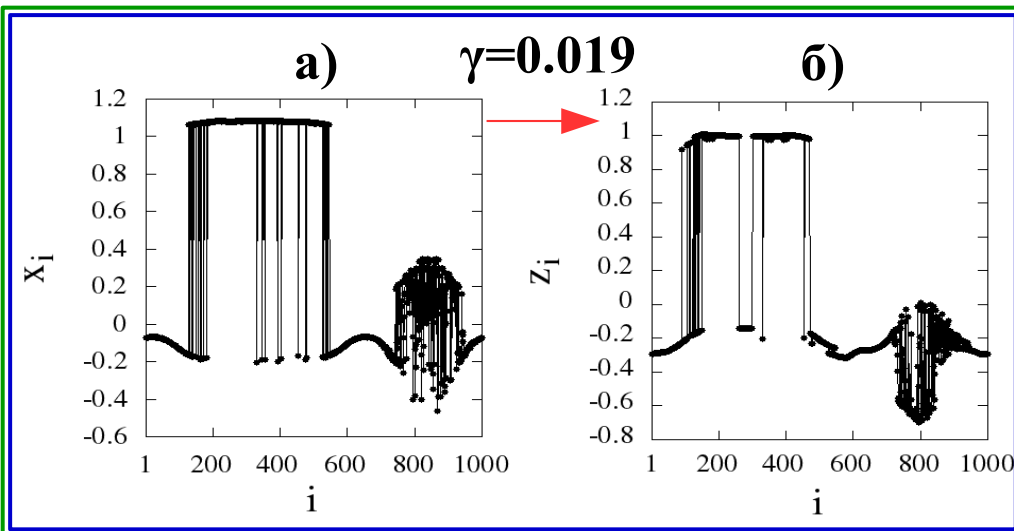
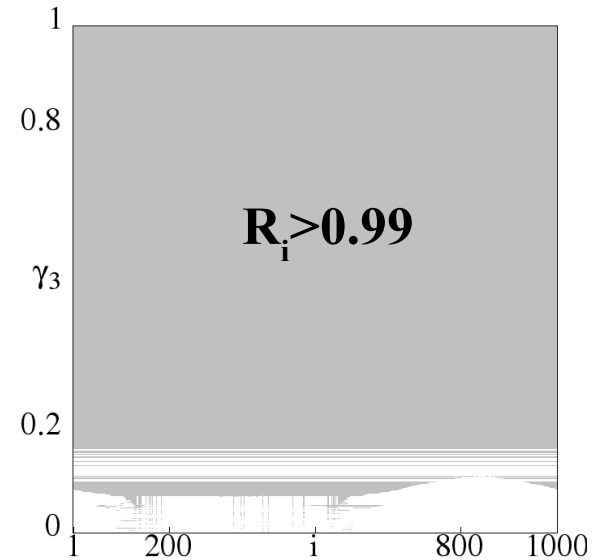
Синхронизация



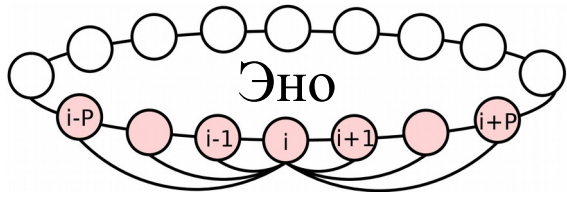
Область синхронизации

$$R = \frac{\langle \tilde{x}(t) \tilde{z}(t) \rangle}{\sqrt{\langle \tilde{x}^2(t) \rangle \langle \tilde{z}^2(t) \rangle}},$$

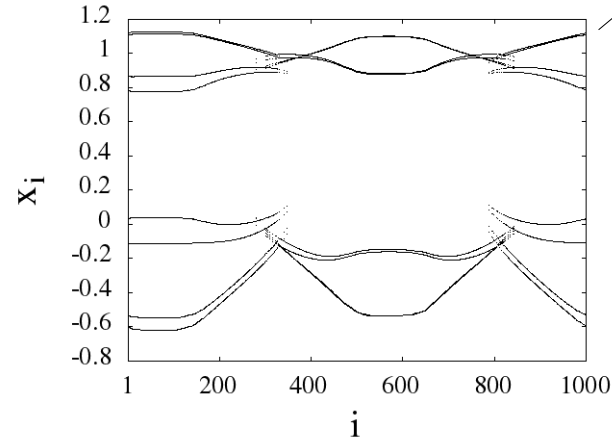
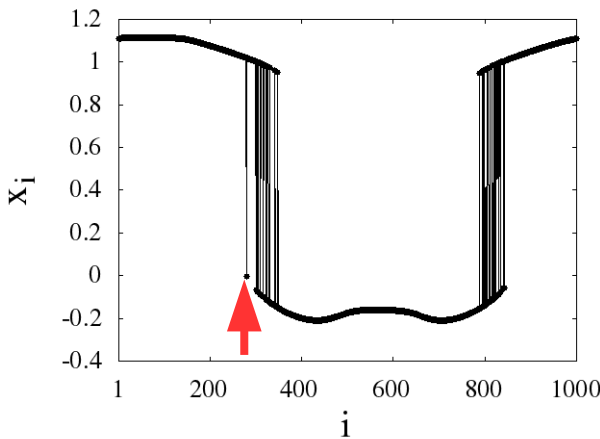
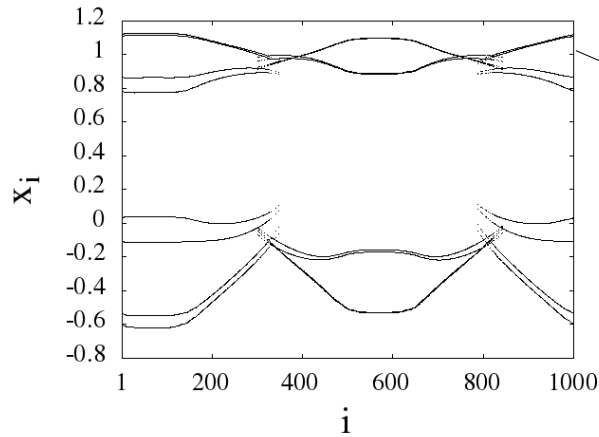
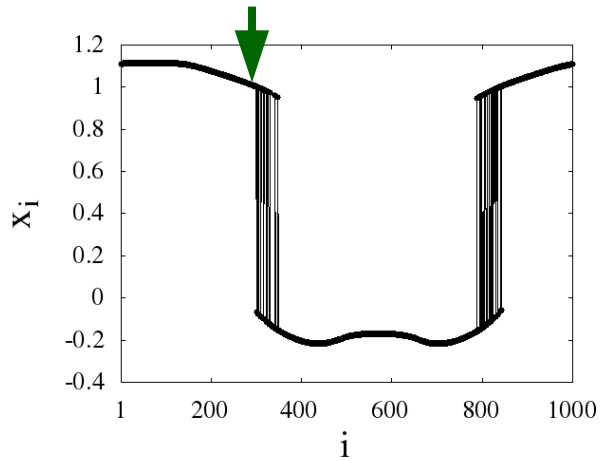
$$\tilde{x} = x - \langle x \rangle; \quad \tilde{z} = z - \langle z \rangle.$$



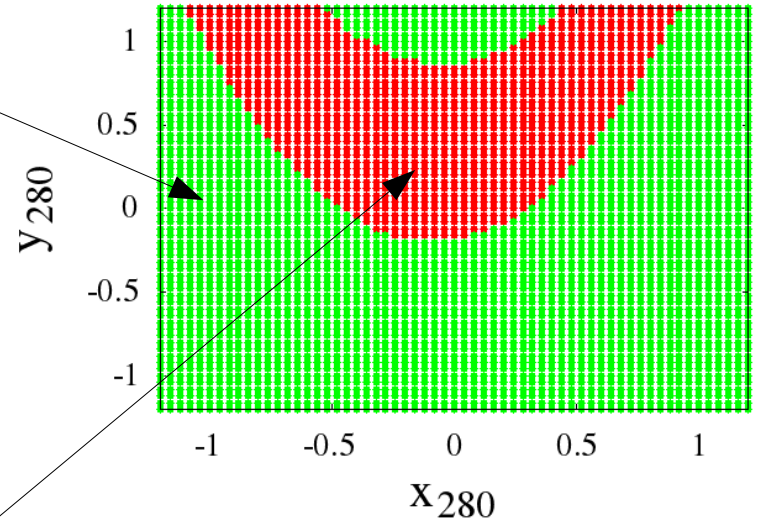
Мгновенные профили, демонстрирующие эффект синхронизации. а), в) Кольцо нелокально связанных отображений Эно, в котором реализуется SSC, б), г) кольцо нелокально связанных отображений Эно, под воздействием другого кольца Эно



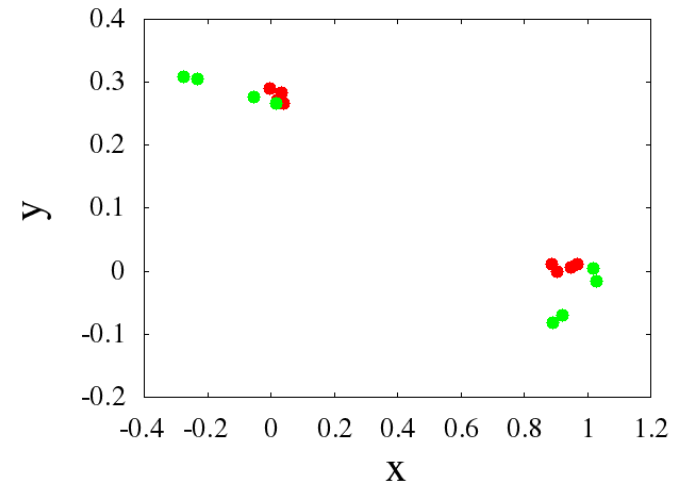
Появление SSC



Бассейны притяжения



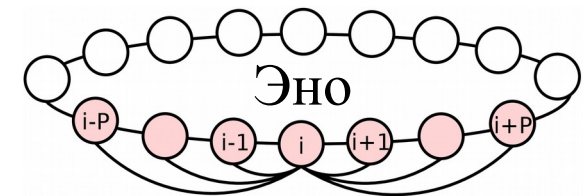
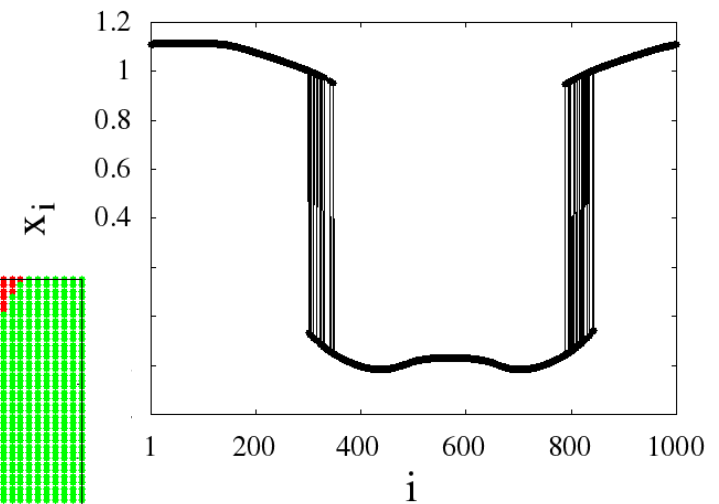
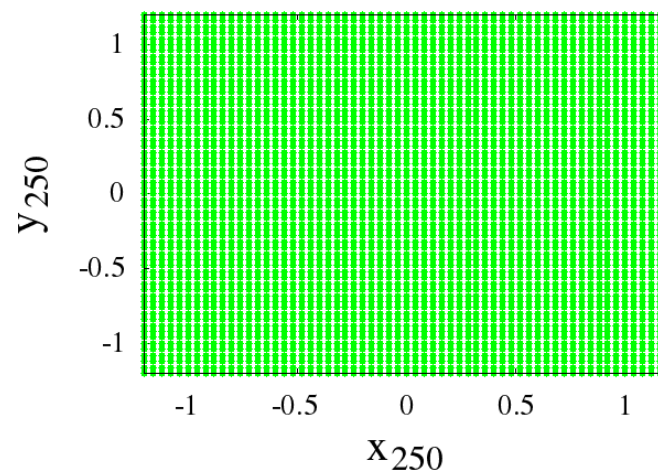
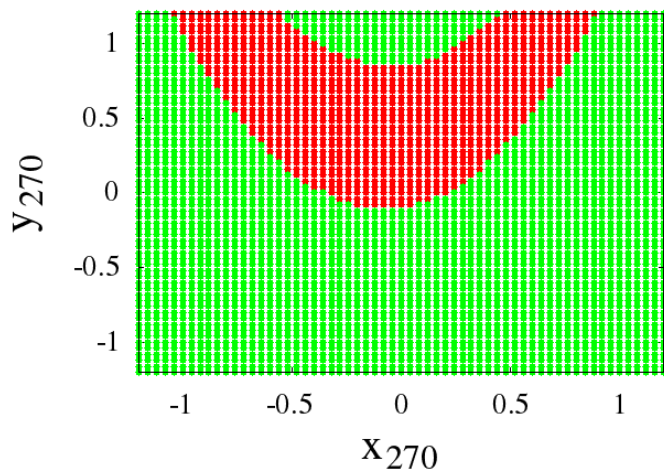
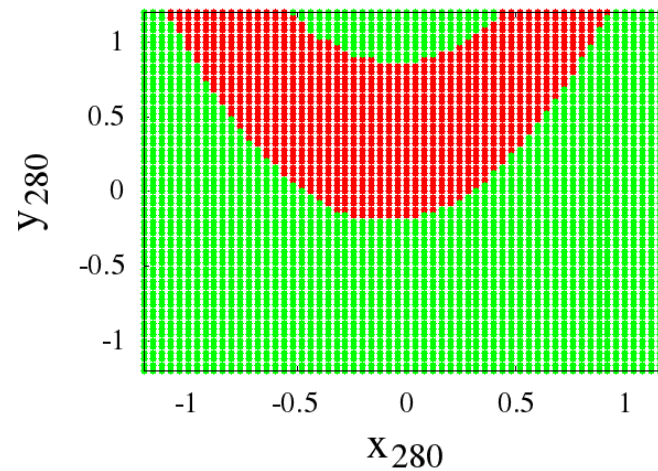
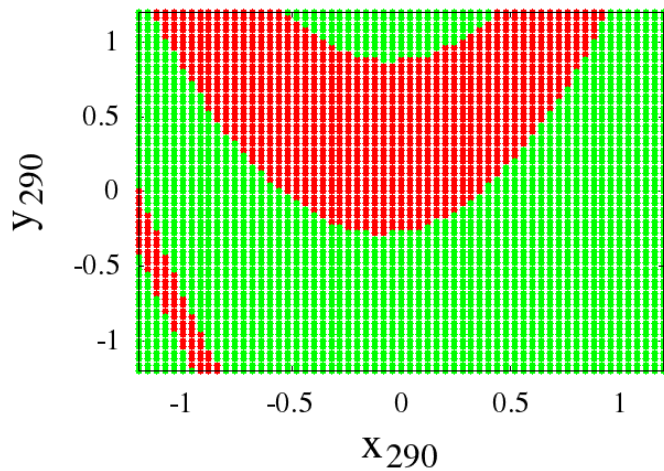
Аттракторы



Мгновенный и пространственно-временной профили при $\gamma=0.32$, $\sigma=0.315$, наблюдаем только фазовую химеру.

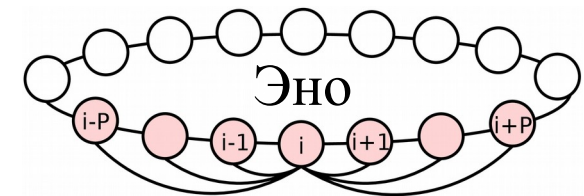
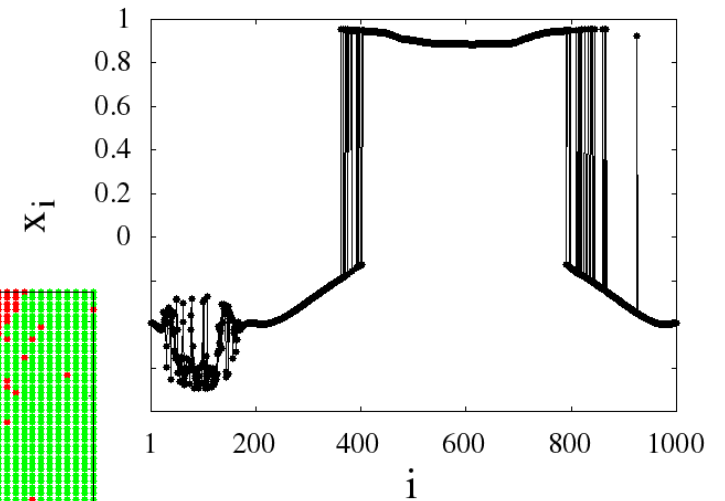
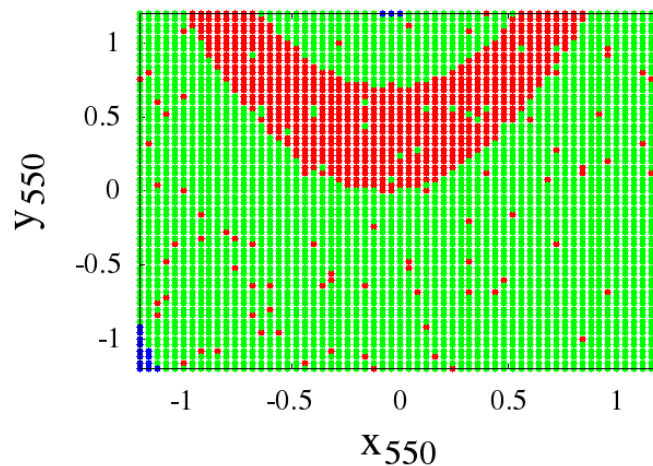
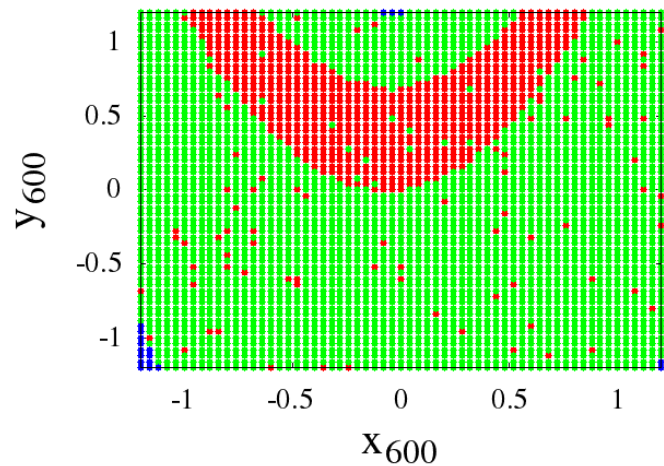
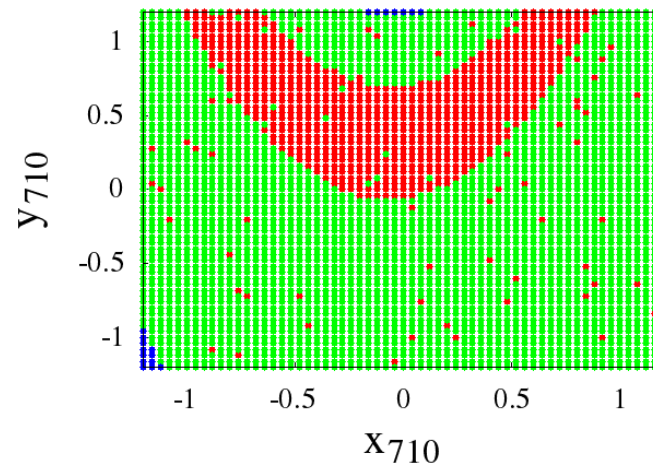
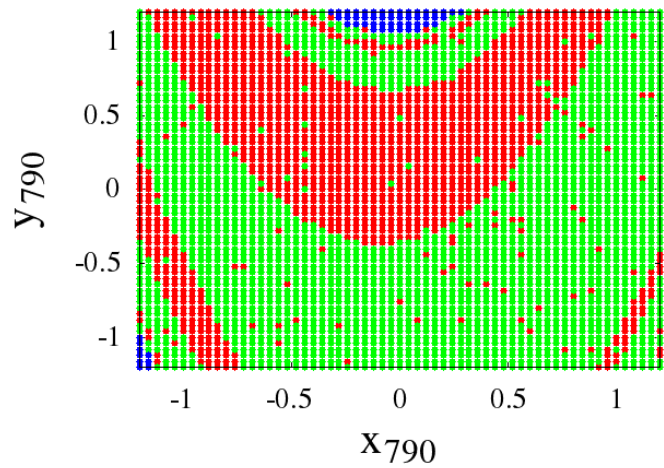
Уменьшение бассейна притяжения

Бассейны притяжения для различных осцилляторов:
красная область – осциллятор притягивает к нижней области, зеленая – к верхней.

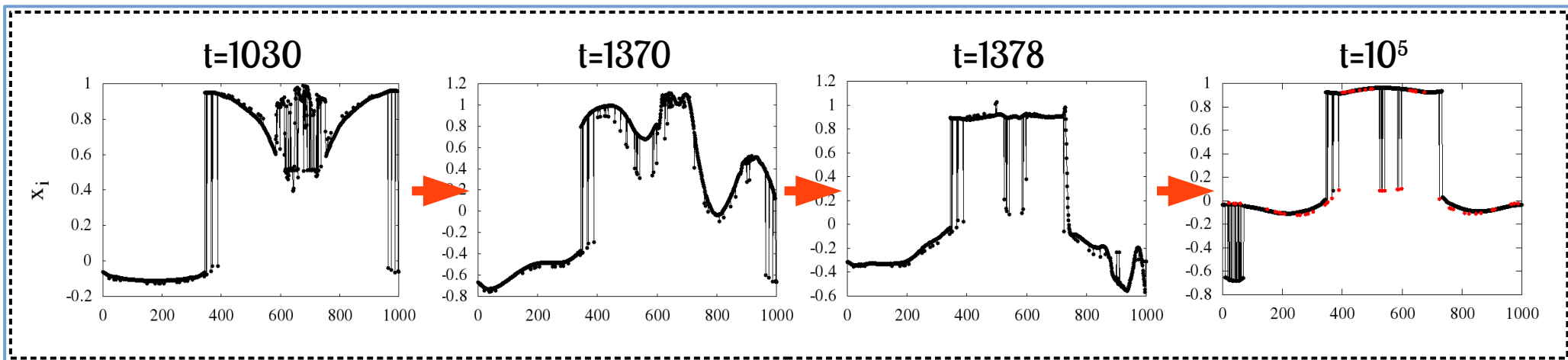
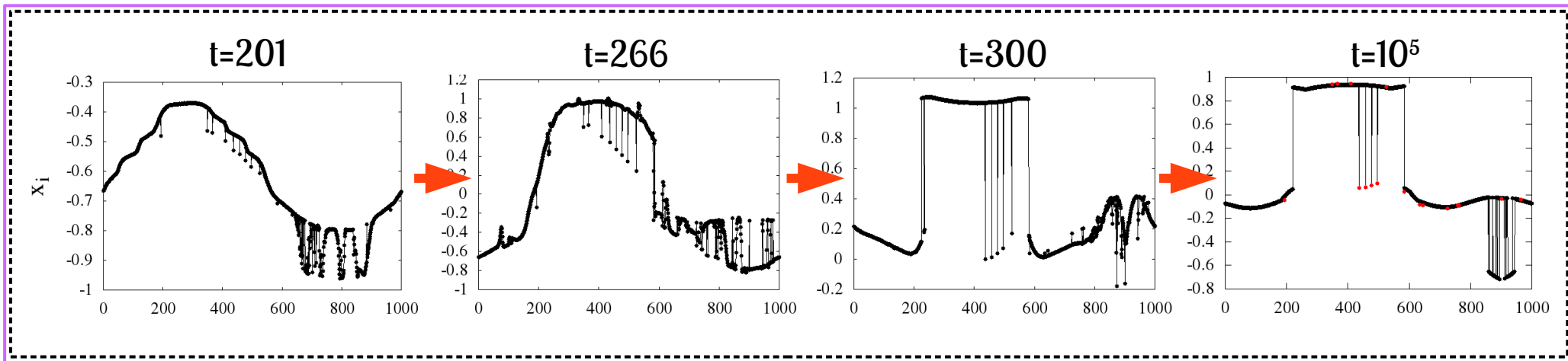
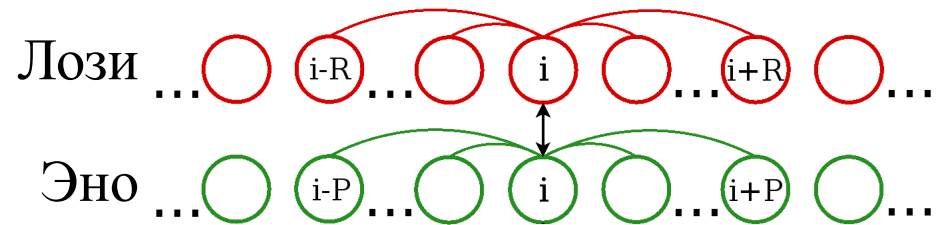


Амплитудная химера

Бассейны притяжения для различных осцилляторов:
 красная область – осциллятор притягивает к нижней
 области, зеленая – к верхней, синяя – уход на
 бесконечность.



Установление SSC во времени

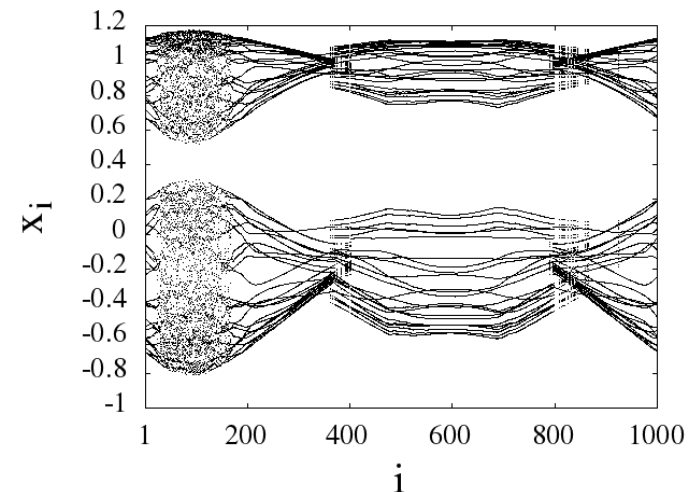
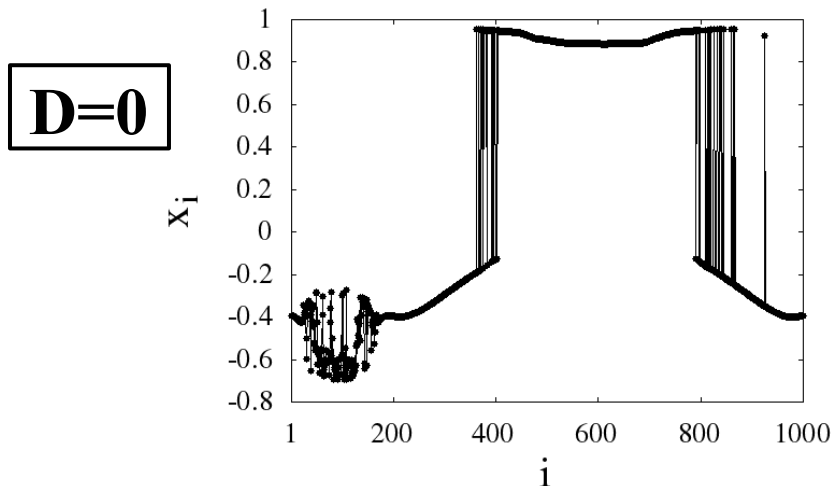
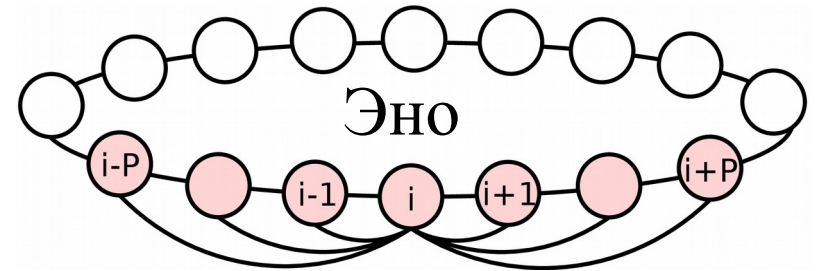


Мультипликативный шум

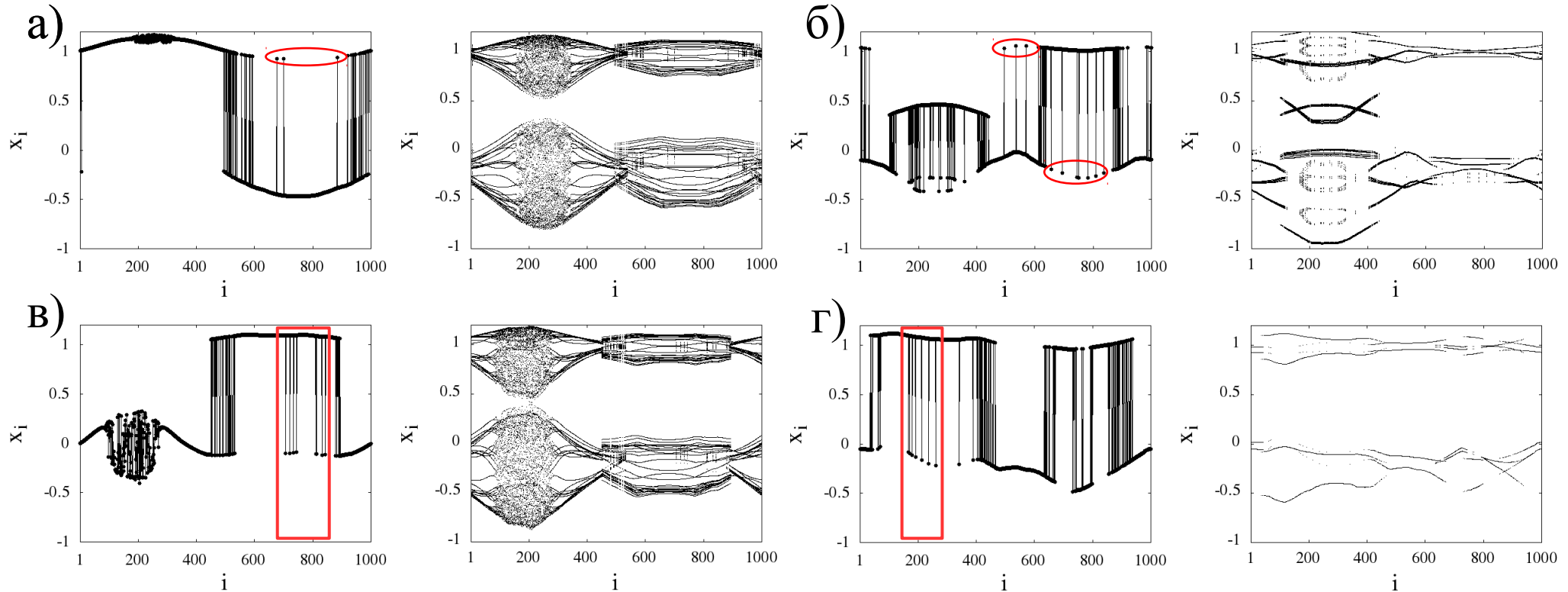
$$x_i^{t+1} = f(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j^t, y_j^t) - f(x_i^t, y_i^t)], \quad \text{где } \sigma = \sigma_0(1 + \sqrt{2D}\xi),$$

$$y_i^{t+1} = \beta x_i^t.$$

где $i = 1, 2, \dots, N$ – номер осциллятора, $N=1000$ – число элементов в кольце, $\sigma_0=0.282$ – коэффициенты связи, $P=320$ – число соседних элементов слева и справа, связанных с i -ым элементом, $r = P/N=0.32$ – радиус нелокальной связи, $f(x,y)=1-\alpha x^2+y$ – первое уравнение двумерного отображения Эно; $\alpha = 1.4$, $\beta = 0.3$ – хаотическая динамика в одиночном элементе; ξ – равномерно распределенный в $[0;1]$ шум.



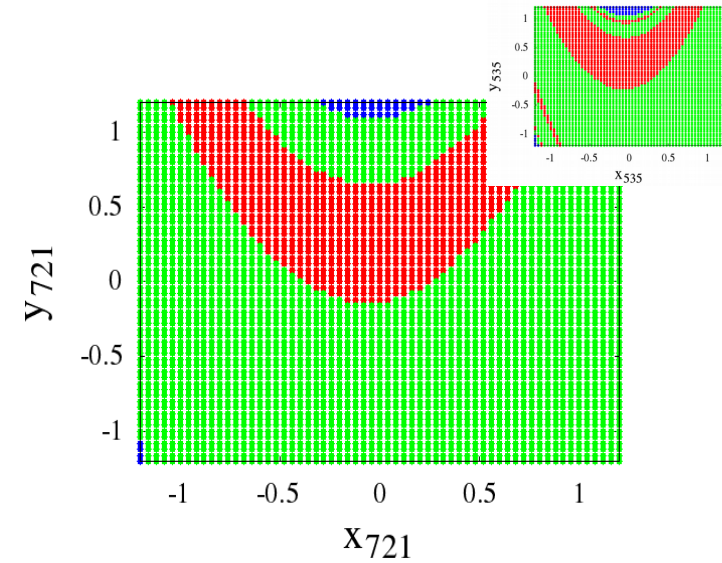
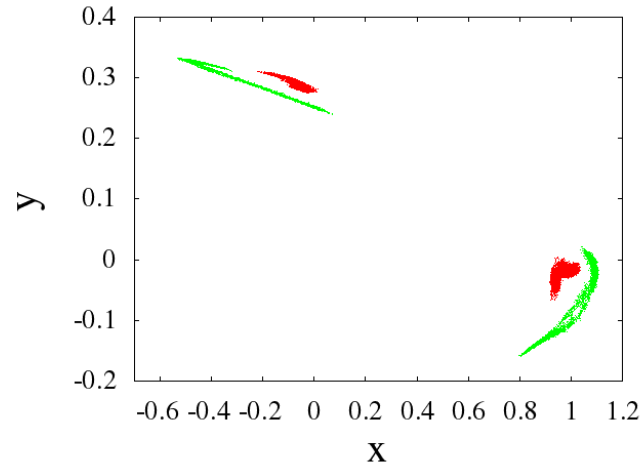
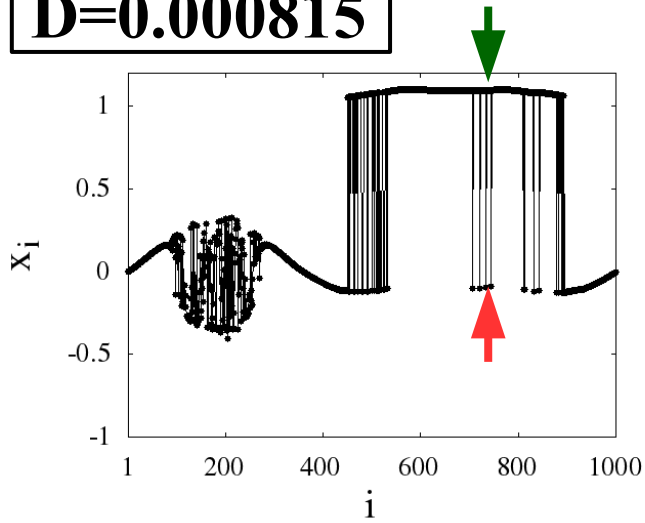
Уединенные состояния и SSC



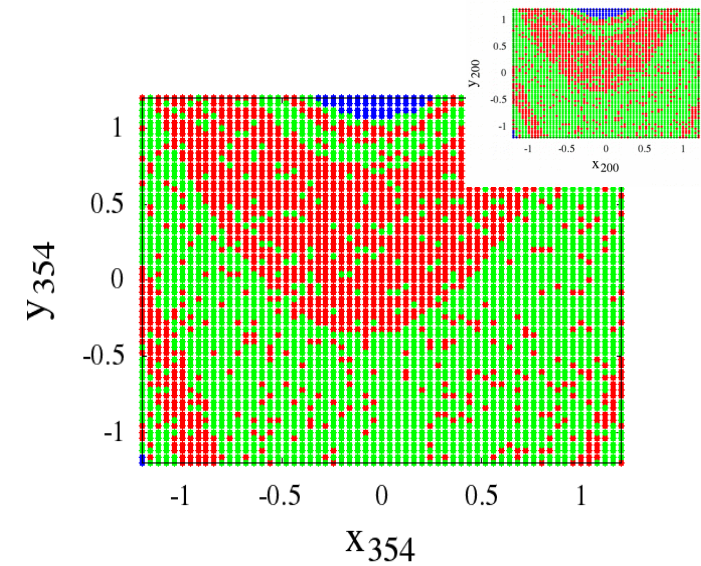
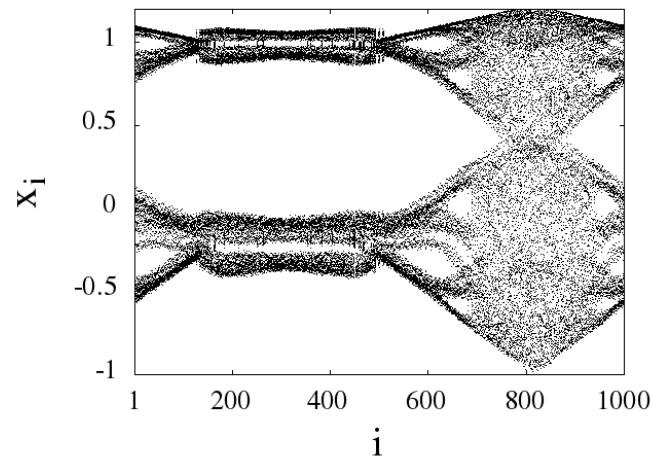
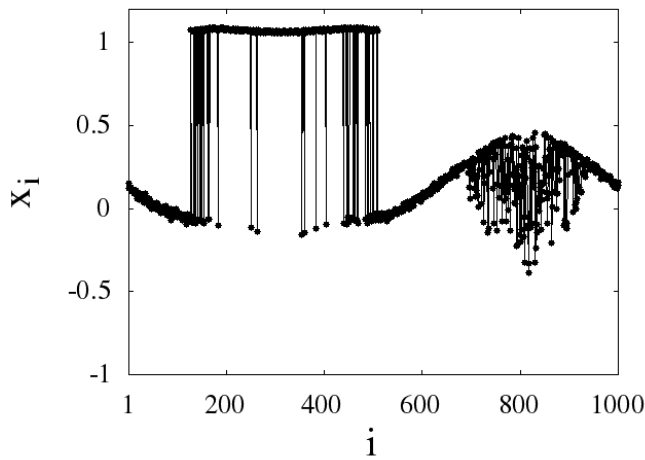
Мгновенные и пространственно-временные профили кольца при а) $D=0.000115$, б) $D=0.0002$, в) $D=0.000815$, в) $D=0.00096$. Появление в системе solitary state (а, б), solitary state chimera (в, г) при введение мультипликативного шума, начиная с $t=0$.

Бассейны притяжения

D=0.000815

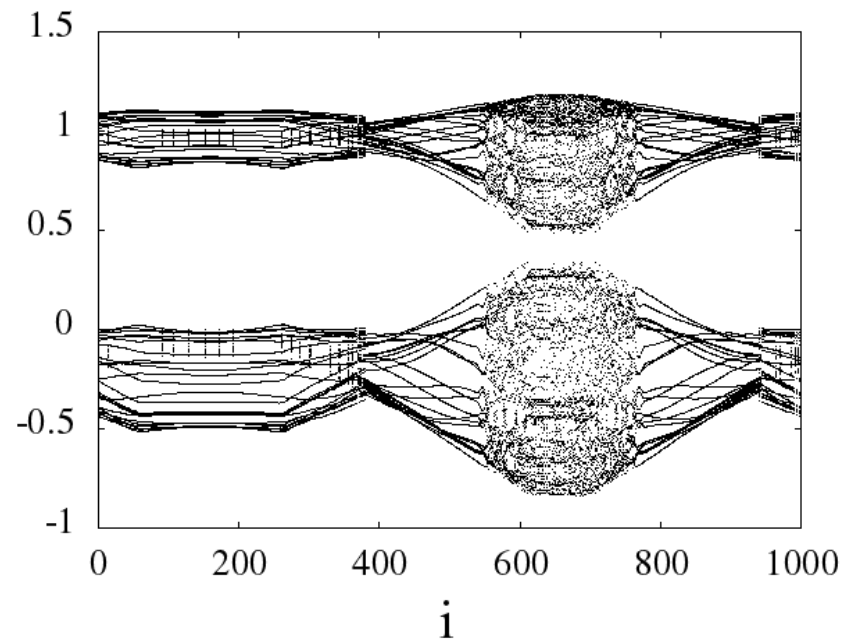
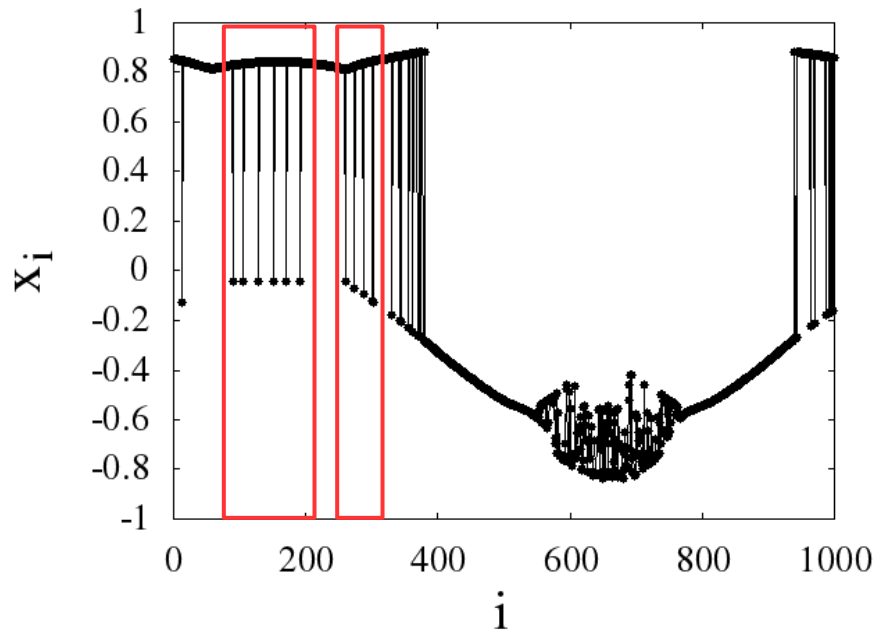
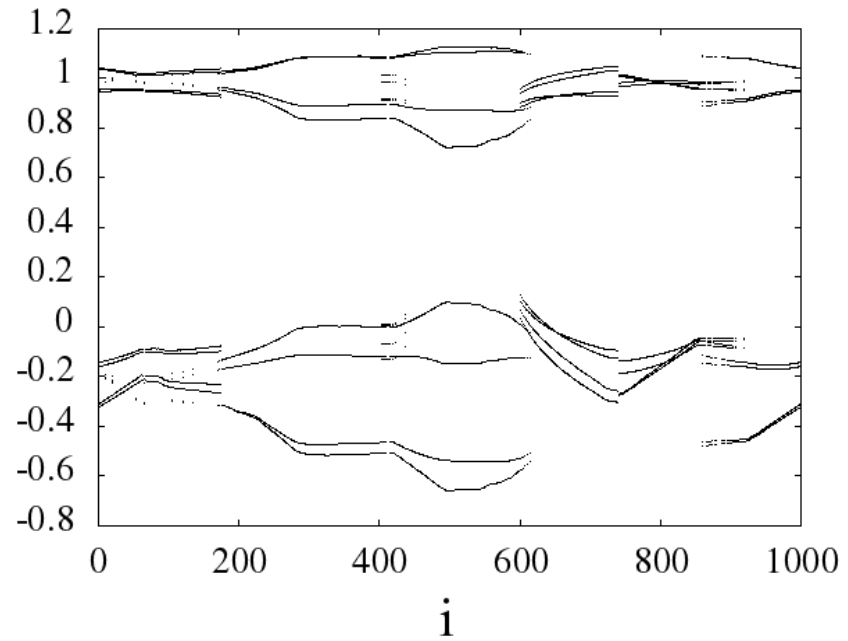
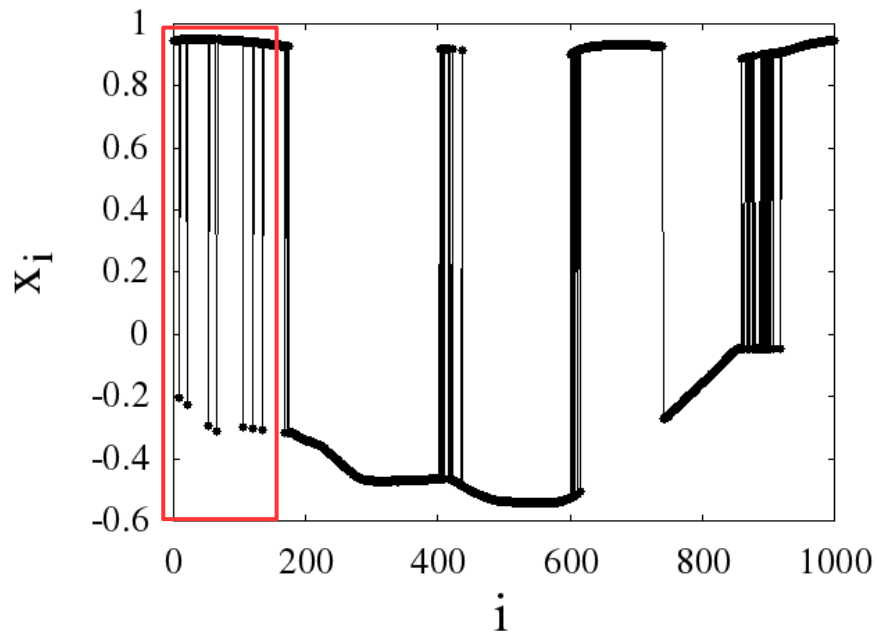


D=0.000765



Начальные условия

$N=1000$
 $\sigma=0.282$
 $r=0.32$



Заключение

1. Одна из причин появления solitary state chimera в кольце нелокально связанных отображений Эно – существование в системе двух аттракторов при реализации в ансамбле химерных структур;
2. Для появления solitary state chimera необходимо либо внешнее воздействие, выталкивающее осциллятор на другой аттрактор (solitary state из кольца Лози), либо шум внутри системы, который случайным образом изменяет амплитуду парциальных элементов на достаточную величину для выхода осциллятора на другой аттрактор;
3. Вероятность появления solitary state chimera при существовании в системе амплитудной химеры больше из-за большого бассейна притяжения к другому аттрактору;
4. Появление solitary state chimera в кольце Эно возможно при вариации начальных условий, но вероятность такого события крайне мала.

**Спасибо
за внимание!**

