



VIII Международная научная конференция  
"КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"  
памяти А.М.Богомолова

# Механизм возникновения solitary states в ансамбле отображений Лози

---

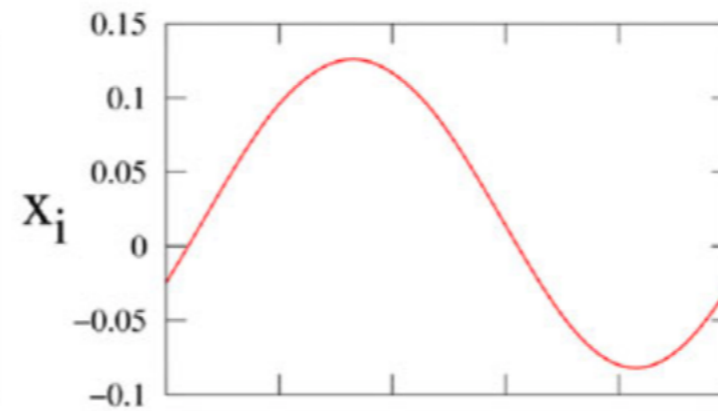
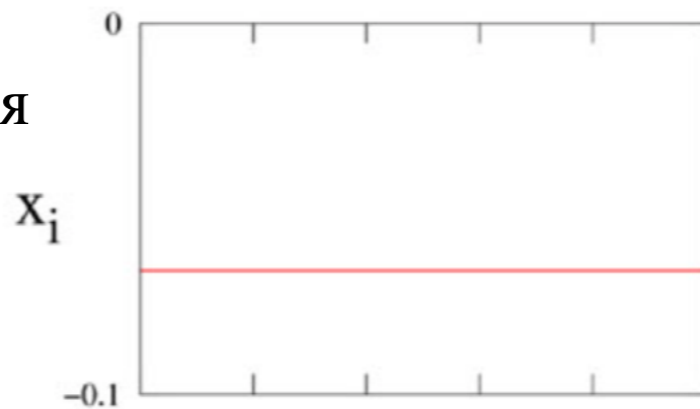
Семенова Н. И., Вадивасова Т. Е., Анищенко В. С.

*Саратовский Национальный Исследовательский Государственный  
Университет им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия*

**Саратов, 2 июля 2018 г.**

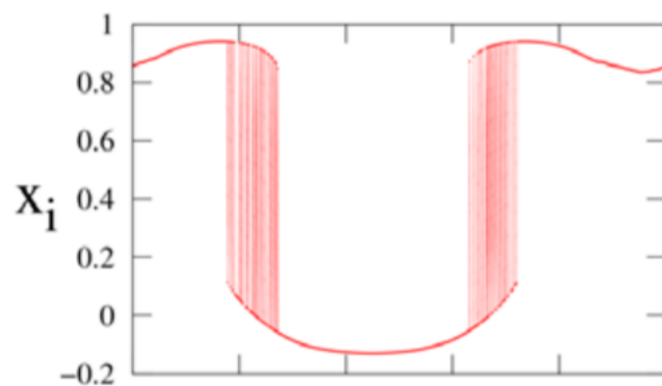
# Переход когерентность-некогерентность

Полная хаотическая  
синхронизация

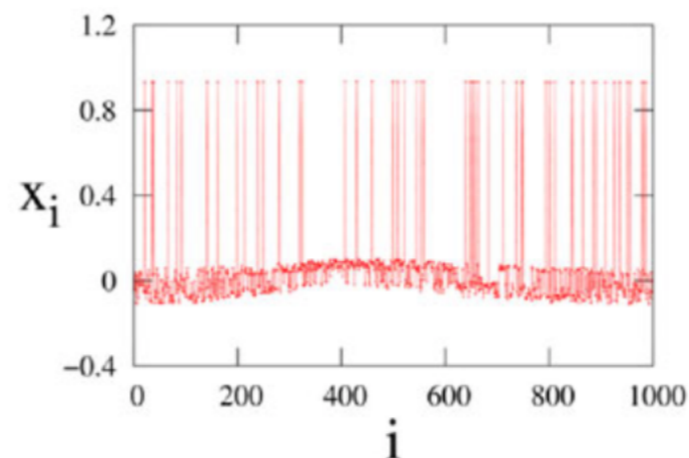


Пространственная  
когерентность

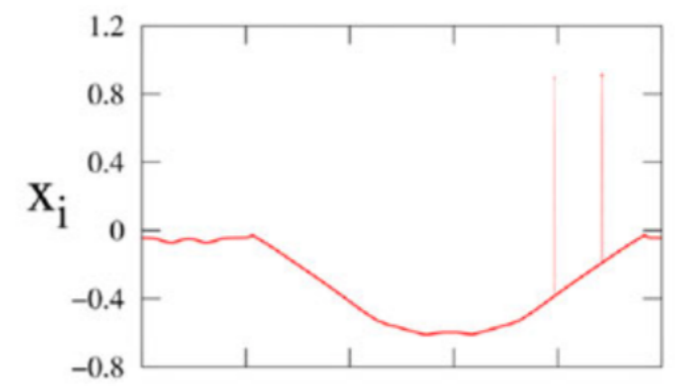
**Химерные  
состояния**



Пространственная  
некогерентность



**Уединенные  
состояния**



# Исследование уединенных состояний (solitary states)

---

- J. P. Keener, SIAM J. Appl. Math. 47, 556 (1987).
- V. I. Nekorkin, V. A. Makarov, and M. G. Velarde, Phys. Rev. E 58, 5742 (1998).
- P. Jaros, S. Brezetsky, R. Levchenko, D. Dudkowski, T. Kapitaniak, and Y. Maistrenko, Chaos 28, 011103 (2018).

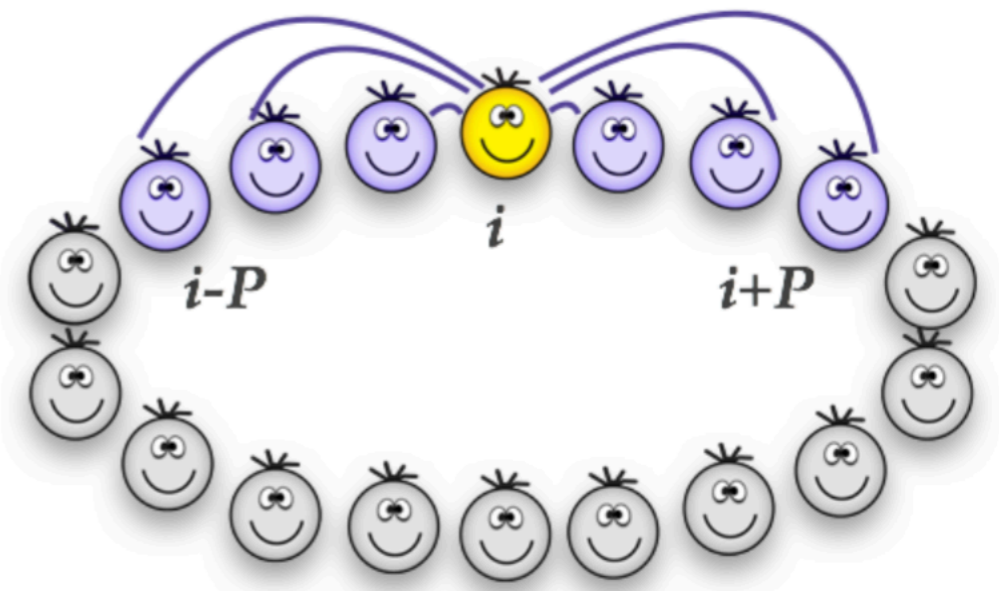
В данной работе рассматривается механизм возникновения уединенных состояний в ансамбле, состоящем из парциальных элементов, которые не могут демонстрировать бистабильность.

В качестве таких парциальных элементов было выбрано  
**отображение Лози.**

# Исследуемая система

$$x_i^{t+1} = f_x(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f_x(x_j^t, y_j^t) - f_x(x_i^t, y_i^t)], \quad (1)$$

$$y_i^{t+1} = f_y(x_i^t, y_i^t), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$



Здесь  $t$  - это дискретное время,  $N$  - это число элементов в ансамбле. Нелокальная связь характеризуется силой связи  $\sigma$  и радиусом связи  $r=P/N$ .  $P$  - это число "соседей" слева и справа от  $i$ -го элемента.  $f_x$  и  $f_y$  - это первое и второе уравнения отображения Лози:

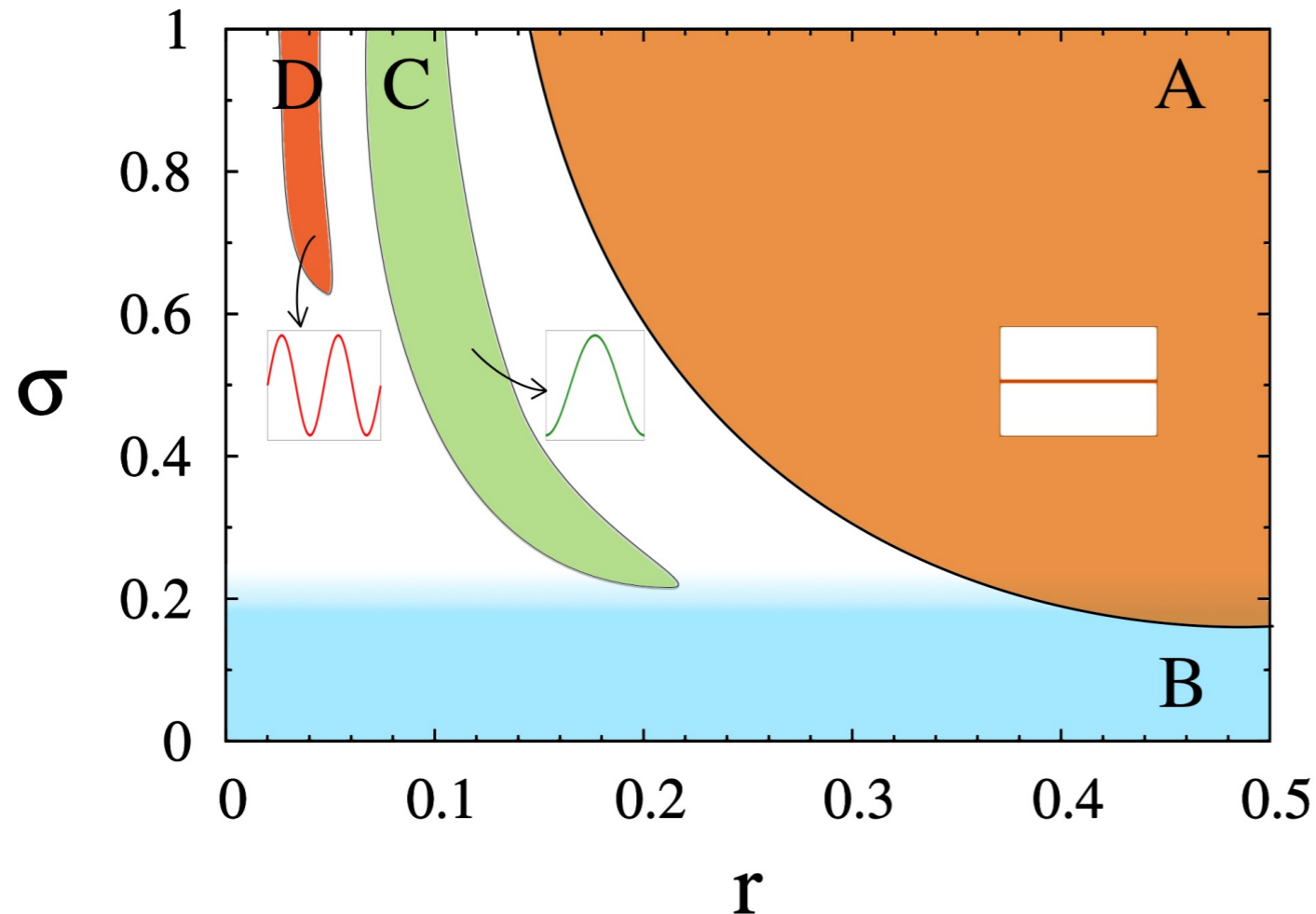
$$x^{t+1} = f_x(x^t, y^t) = 1 - \alpha |x^t| + y^t, \quad y^{t+1} = f_y(x^t, y^t) = \beta x^t. \quad (2)$$

Уравнение исследуемой системы можно переписать в следующем виде: **слагаемое связи**

$$x_i^{t+1} = (1 - \sigma)f_x(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} f_x(x_j^t, y_j^t), \quad j \neq i, \quad (3)$$

$$y_i^{t+1} = f_y(x_i^t, y_i^t)$$

# Влияние параметров связи на исследуемую систему



Начальные условия  
случайно распределены  
в интервалах

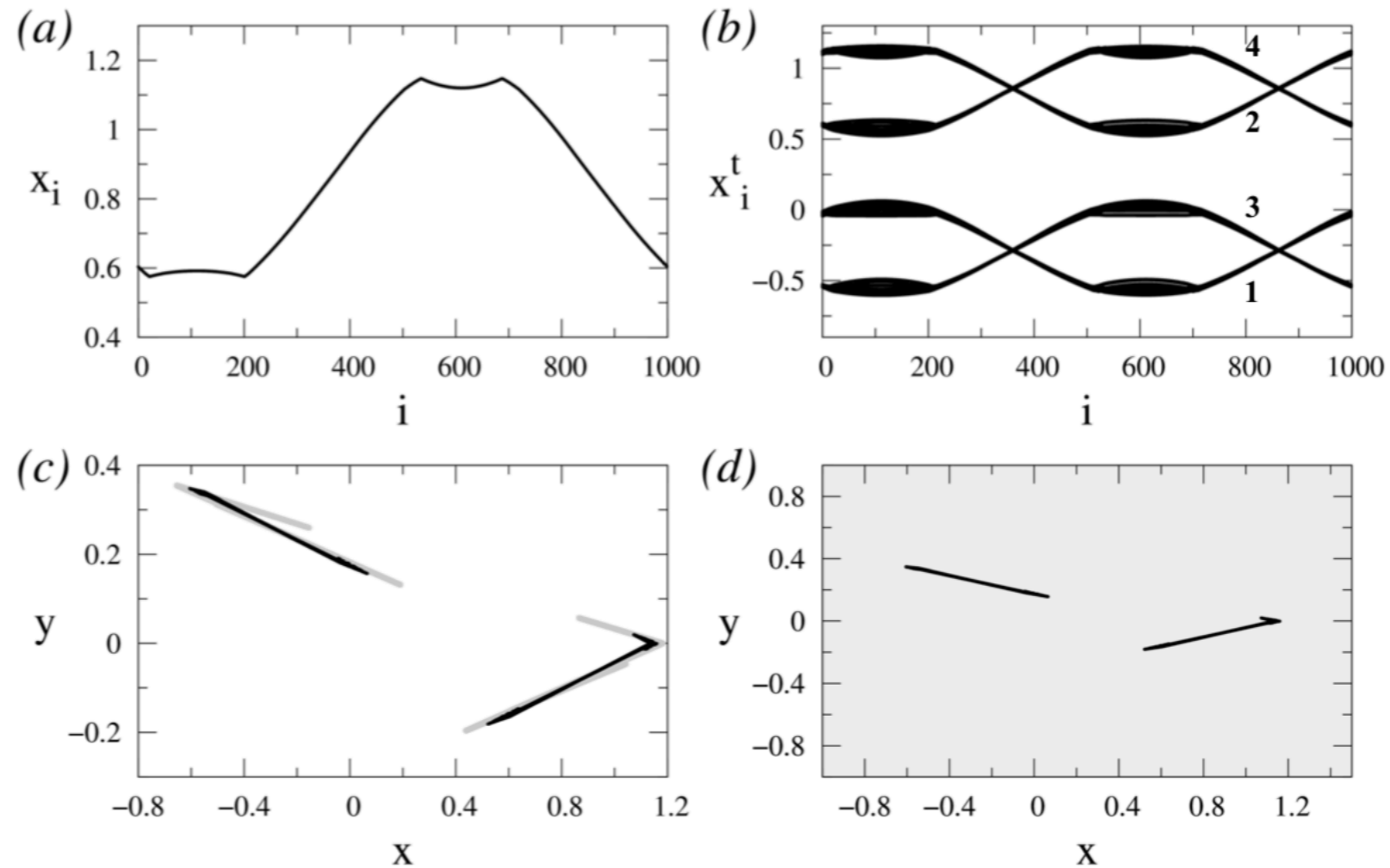
$$x_i^0 \in [-0.5; 0.5]$$

$$y_i^0 \in [-0.6; 0.6]$$

$\alpha = 1.4, \beta = 0.3,$   
 $r = 0.2, P = rN = 200$   
при  $N=1000$

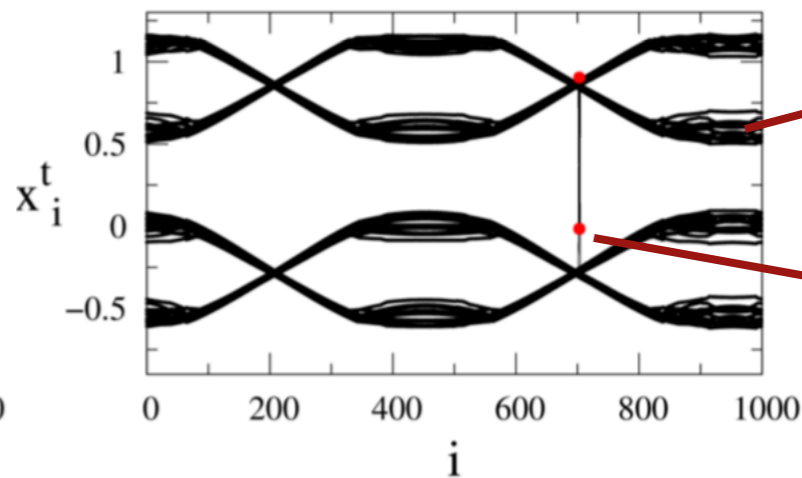
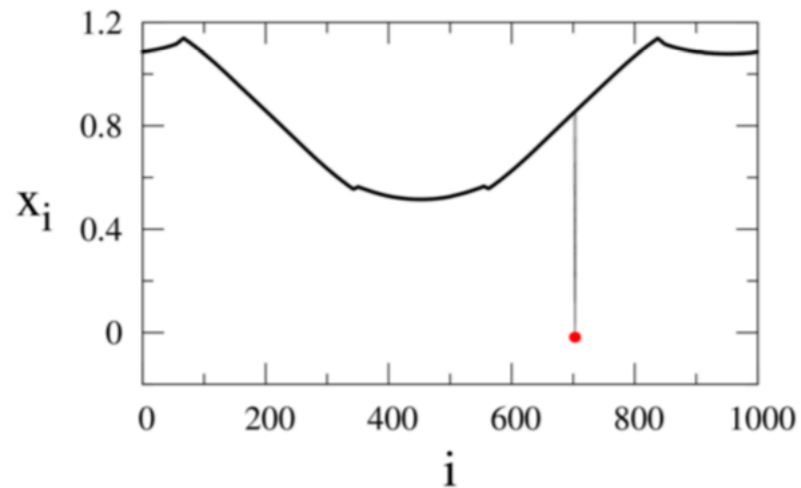
1. E. Rybalova, N. Semenova, G. Strelkova, and V. Anishchenko, EPJ ST 226, 1857-1866 (2017).
2. N. Semenova, E. Rybalova, G. Strelkova, and V. S. Anishchenko, Regular and Chaotic Dynamics 22, no. 148 (2017).

# Режим пространственной когерентности



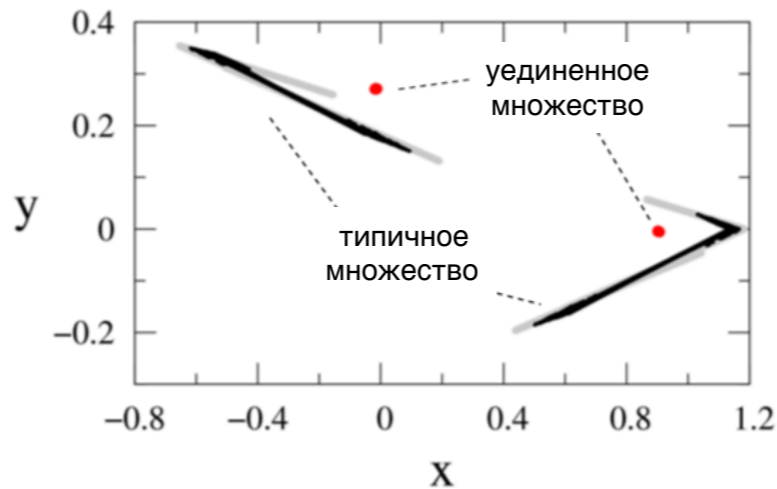
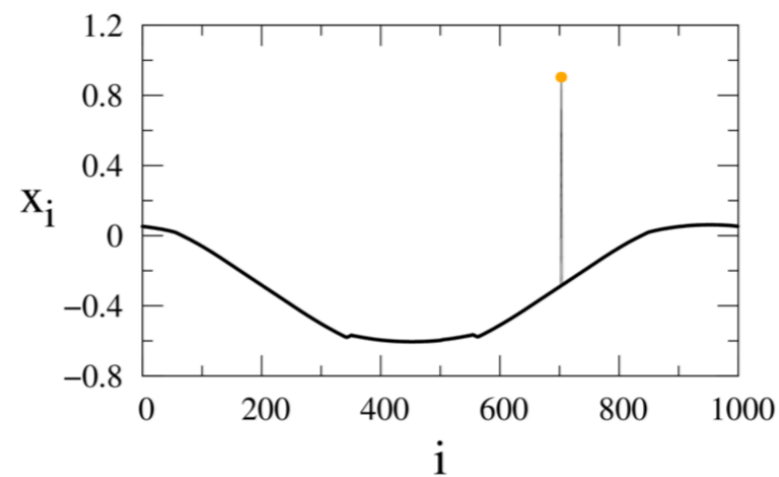
$$\sigma = 0.27$$

# Первое уединенное состояние

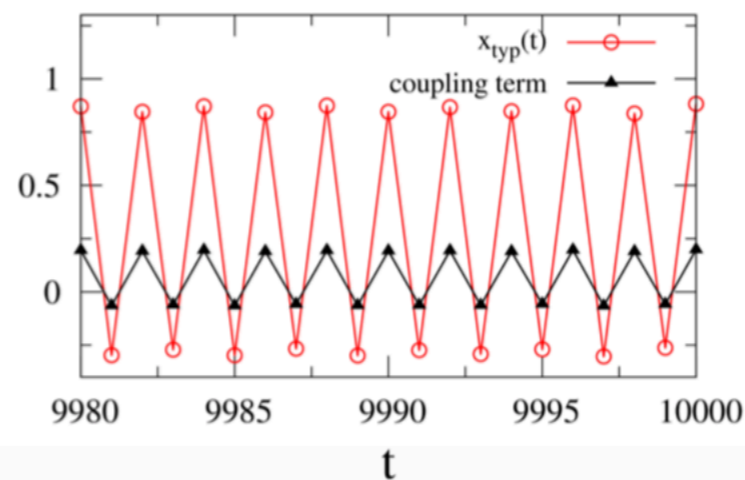
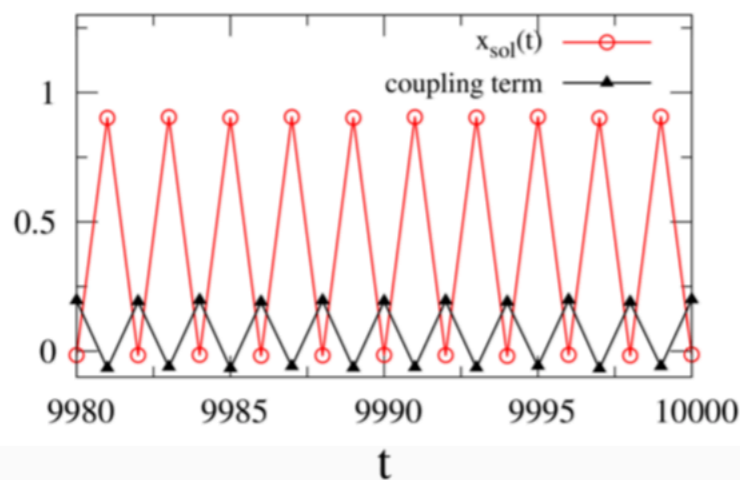


Типичные осцилляторы

Уединенный осциллятор

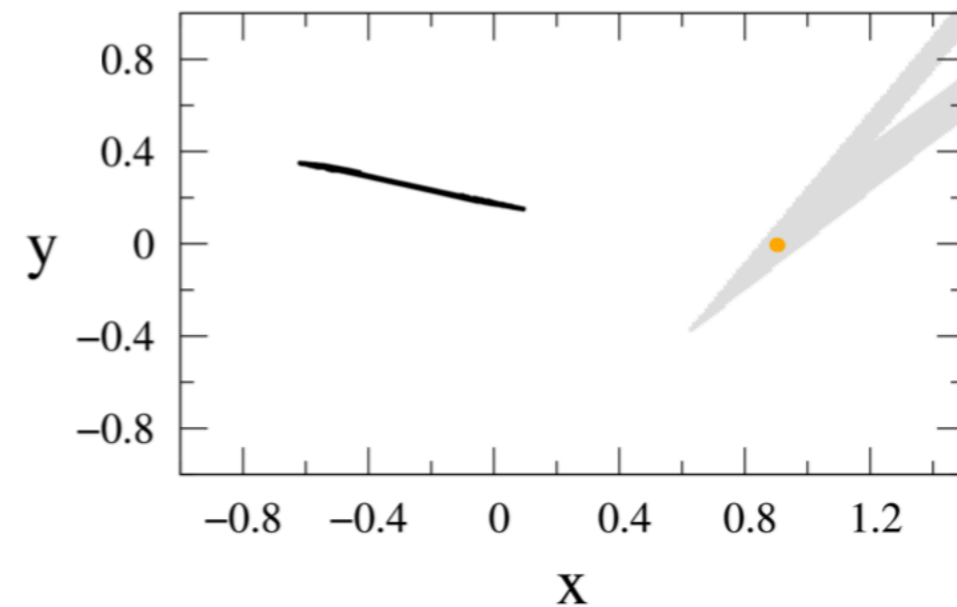
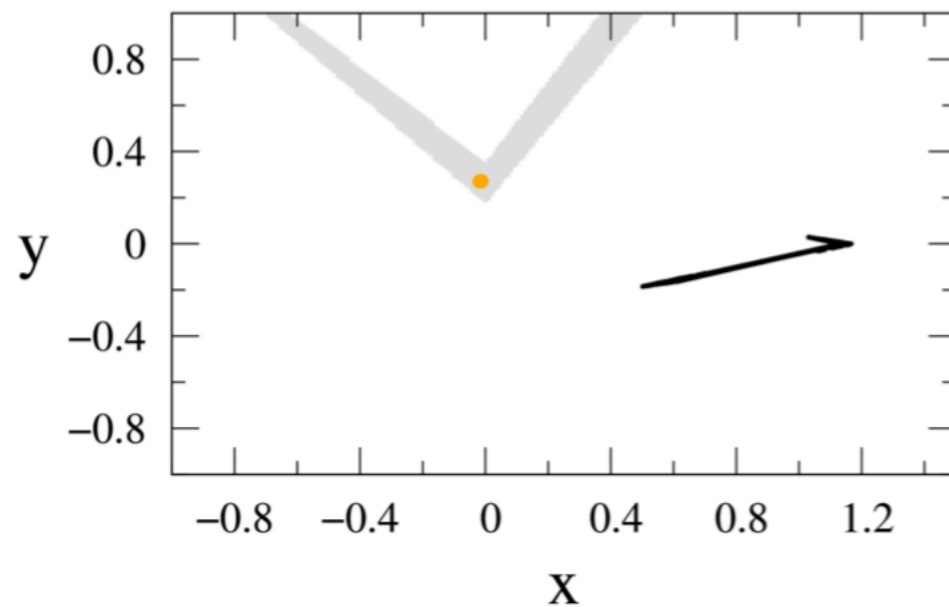
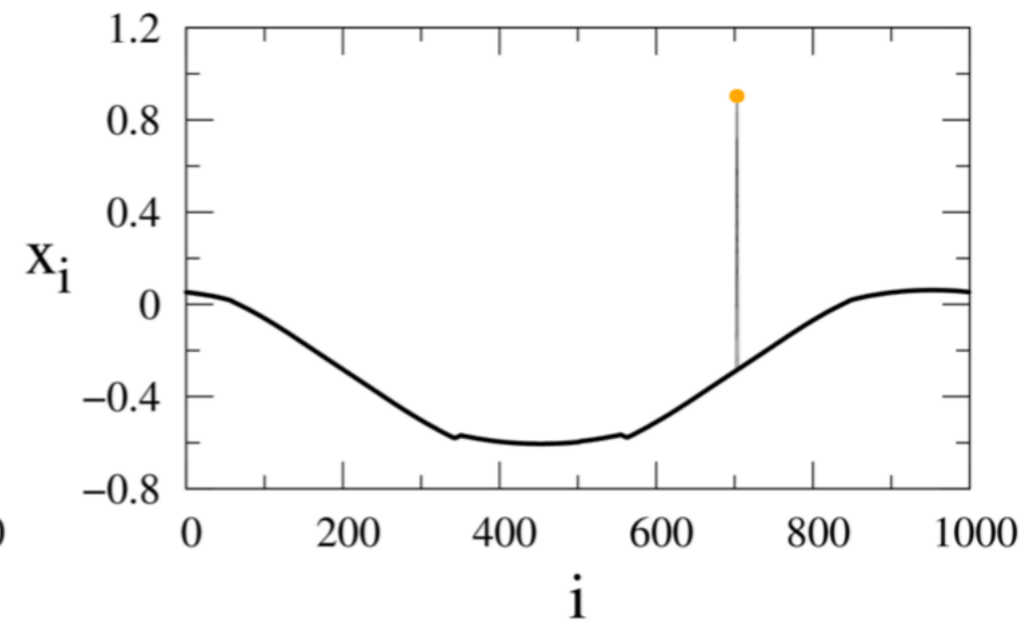
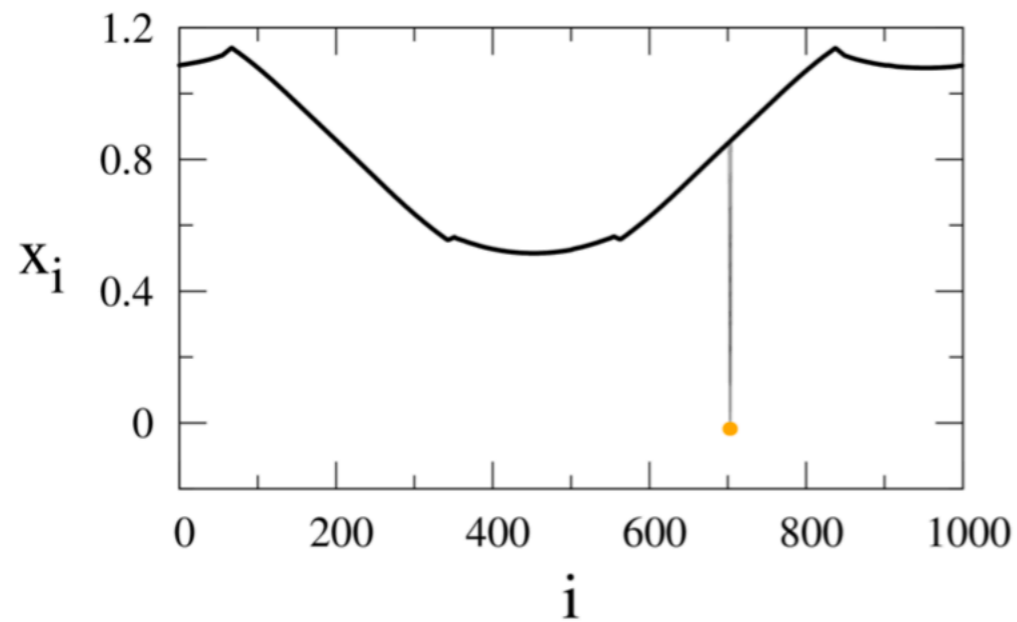


$$\sigma = 0.226$$



Динамика типичного осциллятора и поведение слагаемого связи синфазны, а уединенного осциллятора и слагаемого связи - противофазны.

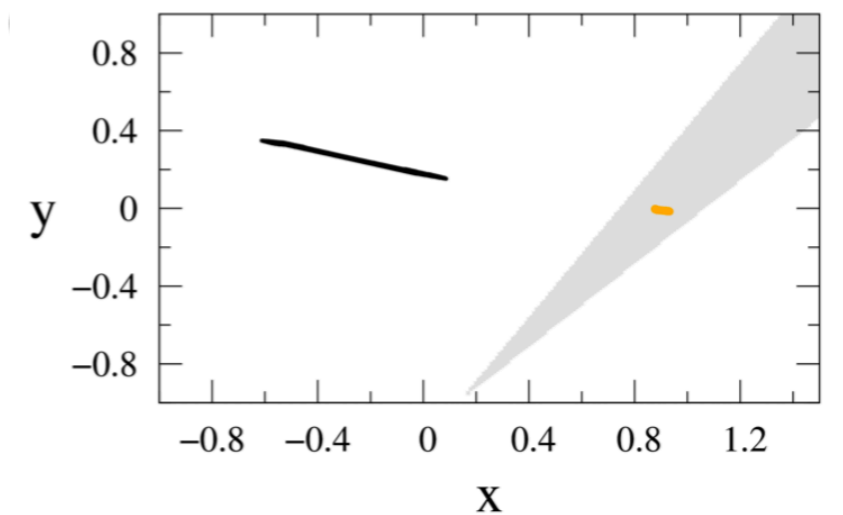
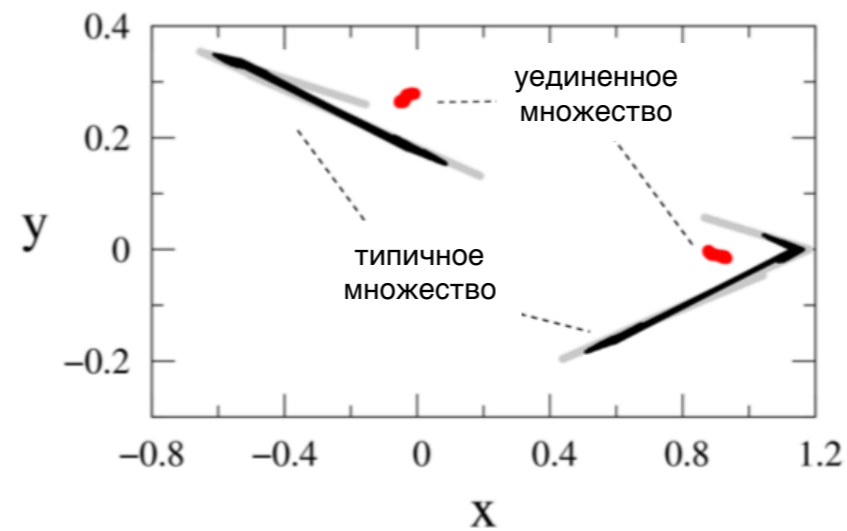
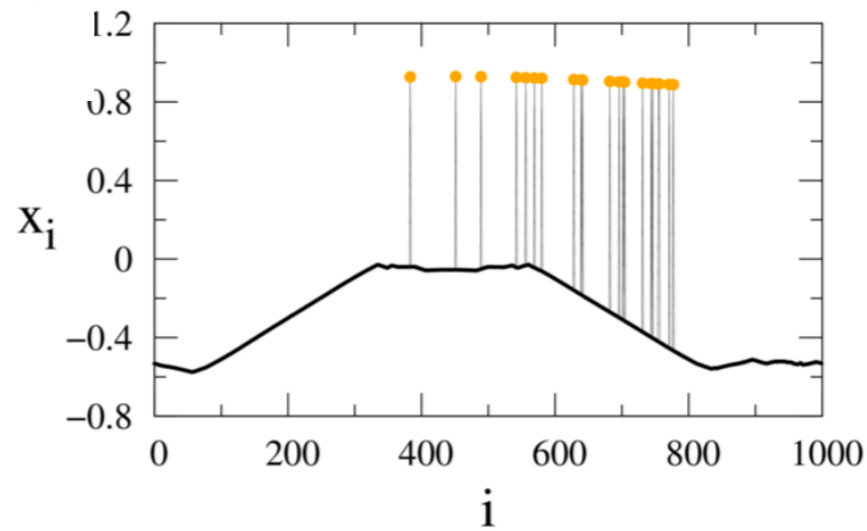
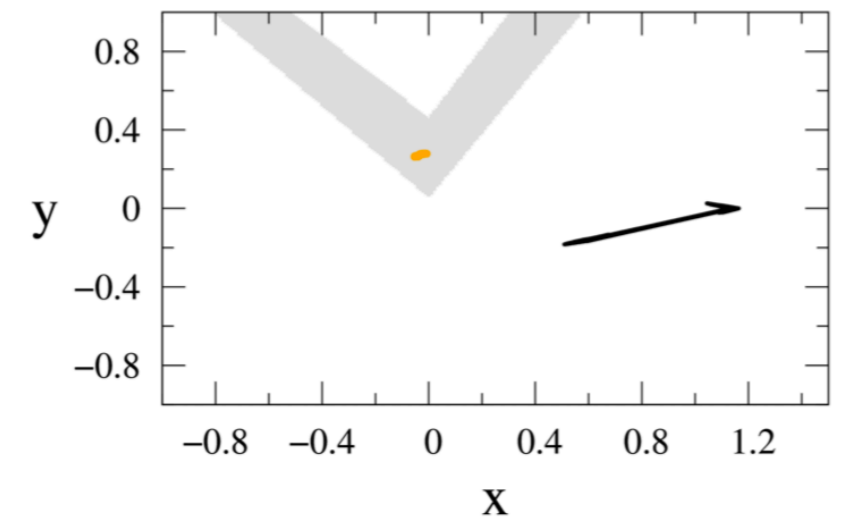
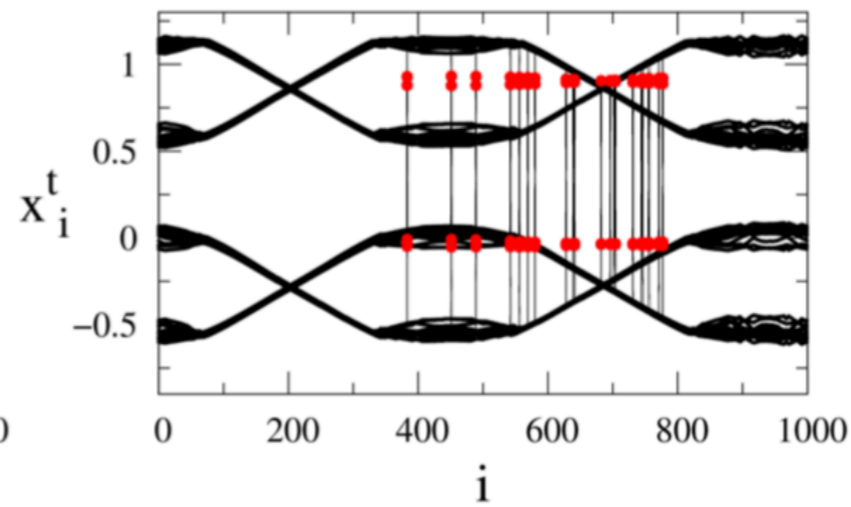
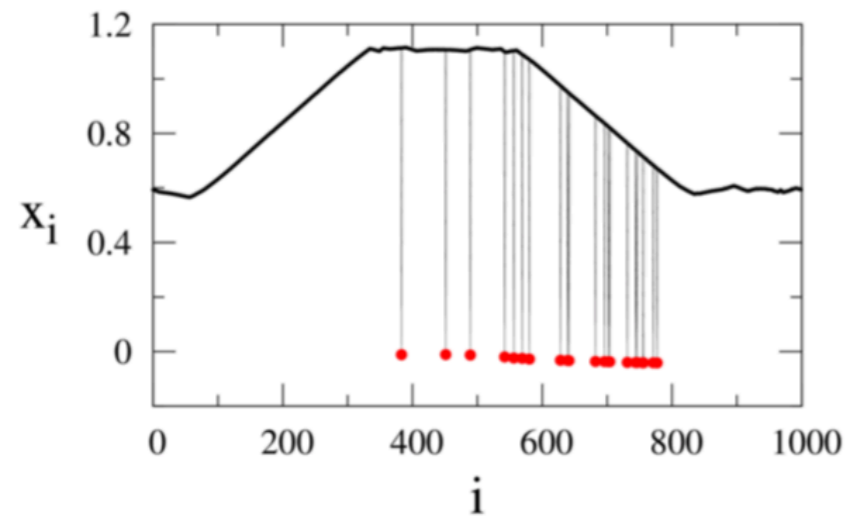
# Построение бассейнов притяжения



$$\sigma = 0.226$$

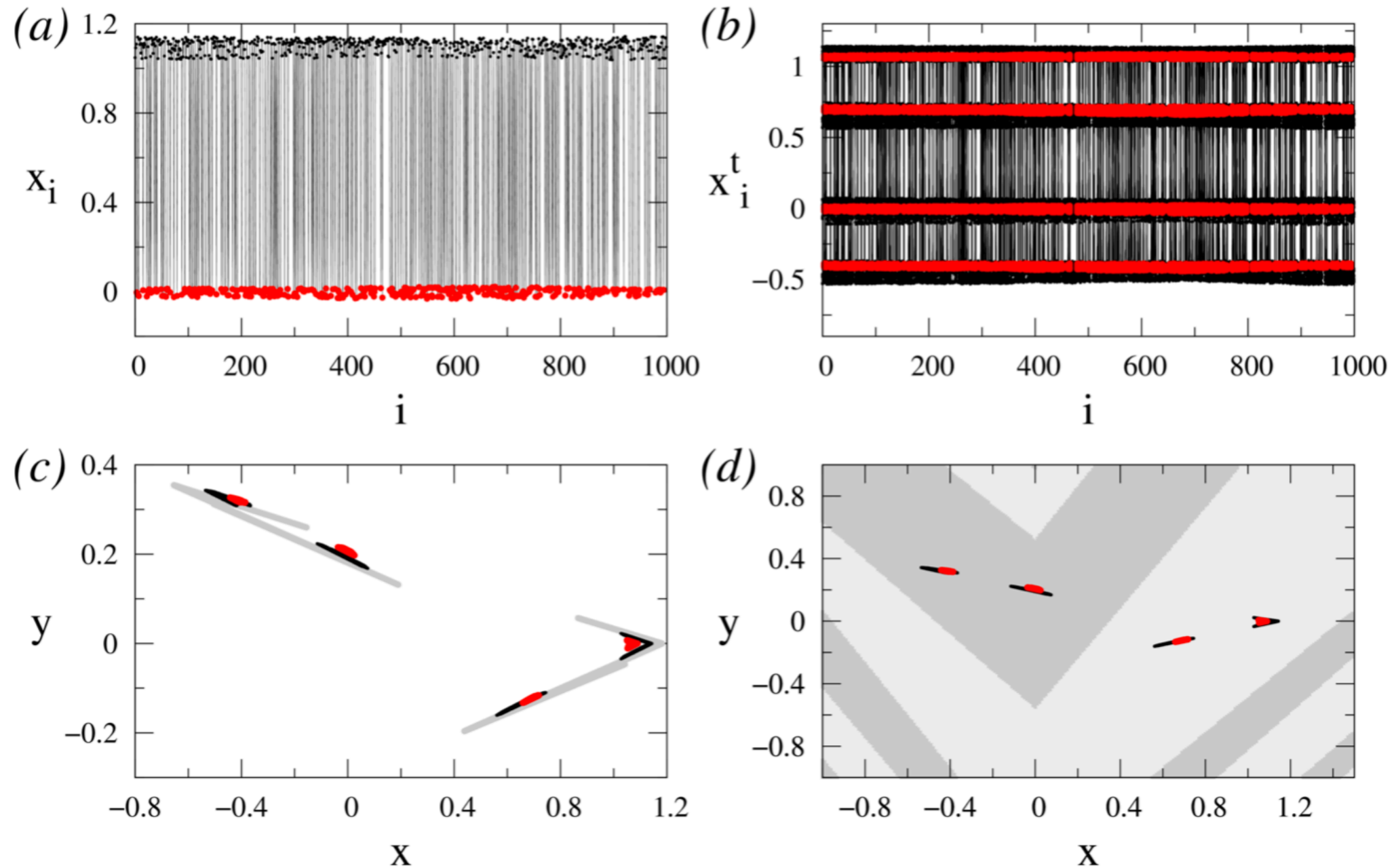


# Увеличение числа уединенных осцилляторов



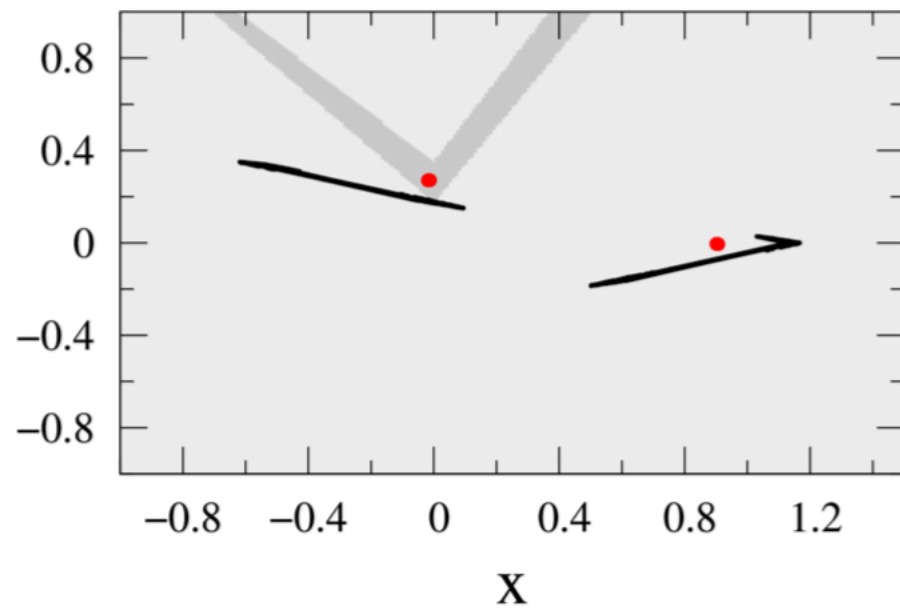
$$\sigma = 0.22$$

# Переход к пространственной некогерентности

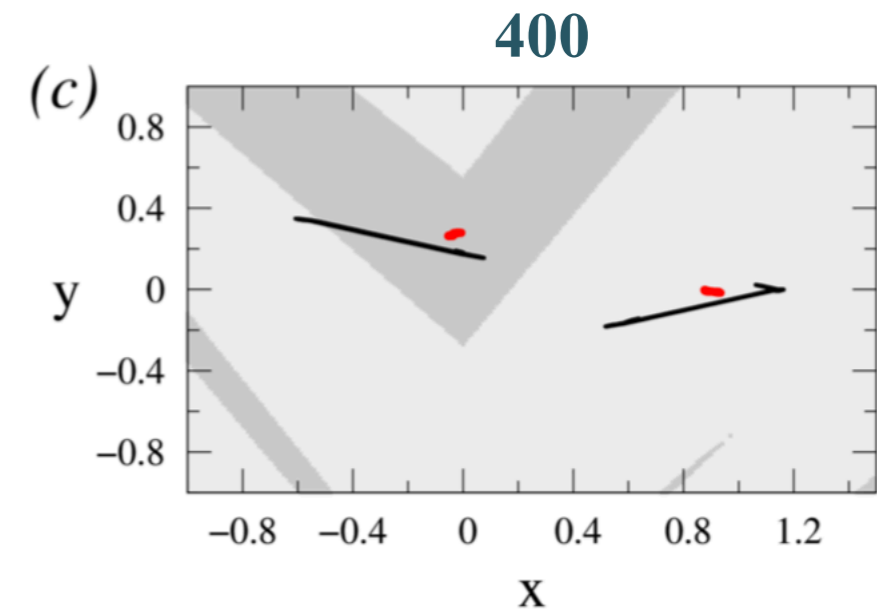
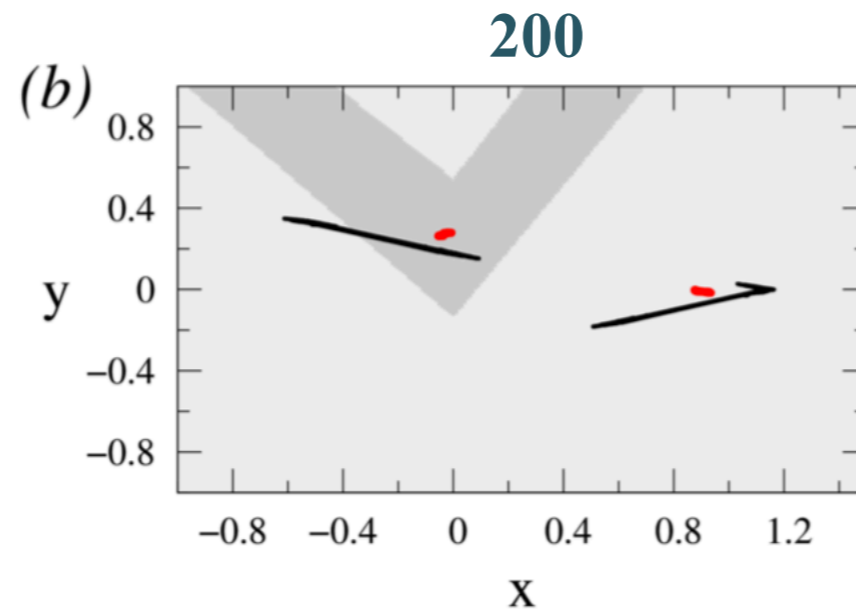
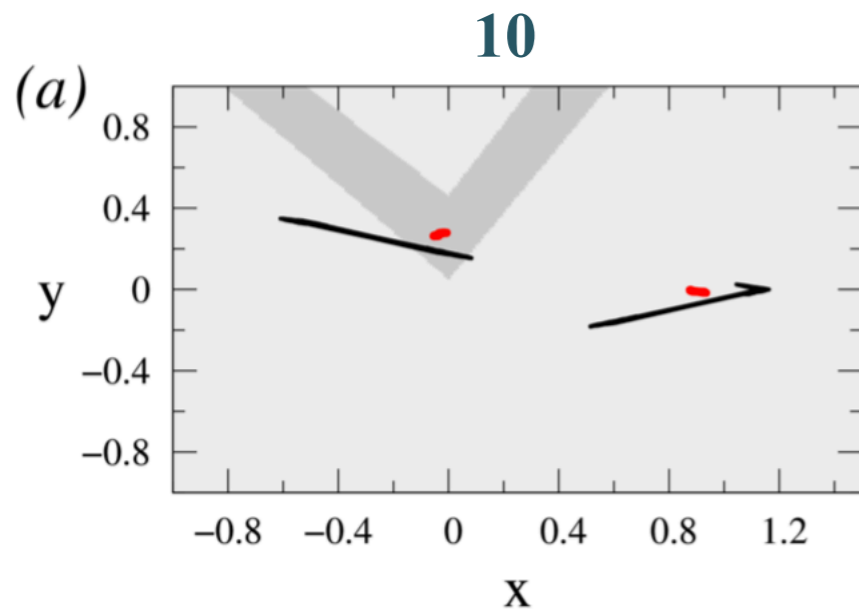
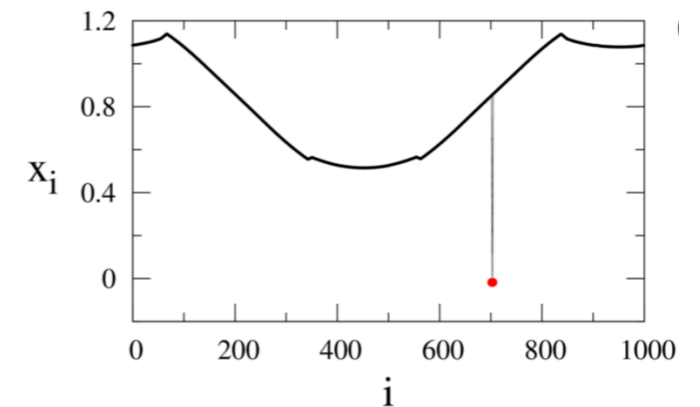


$$\sigma = 0.1$$

# Специально подготовленные начальные условия

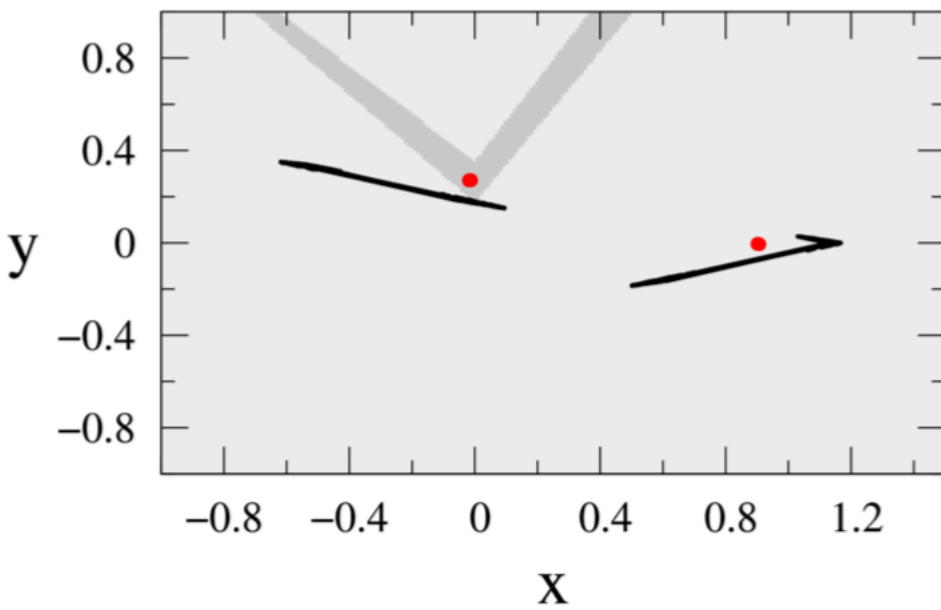


Выберем режим с одним уединенным состоянием, и зададим для нескольких осцилляторов начальные условия из бассейна притяжения для уединенного множества

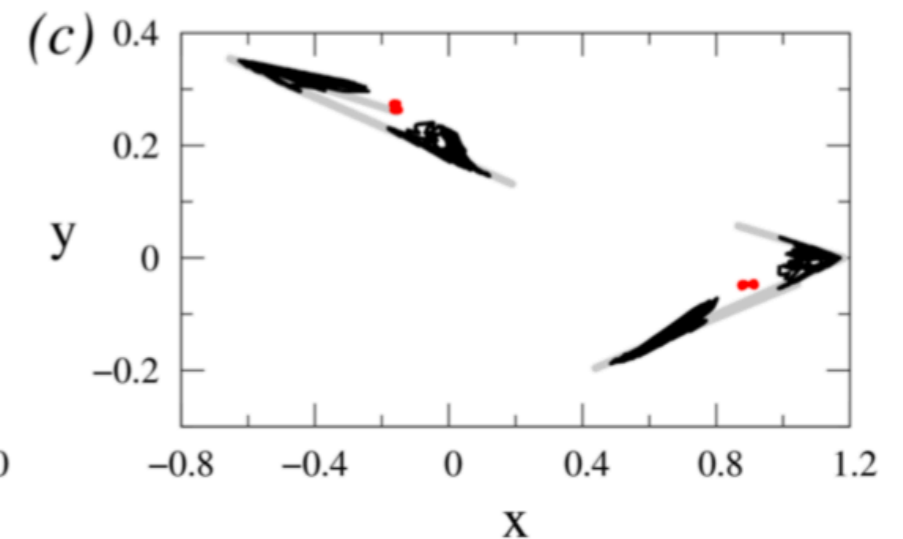
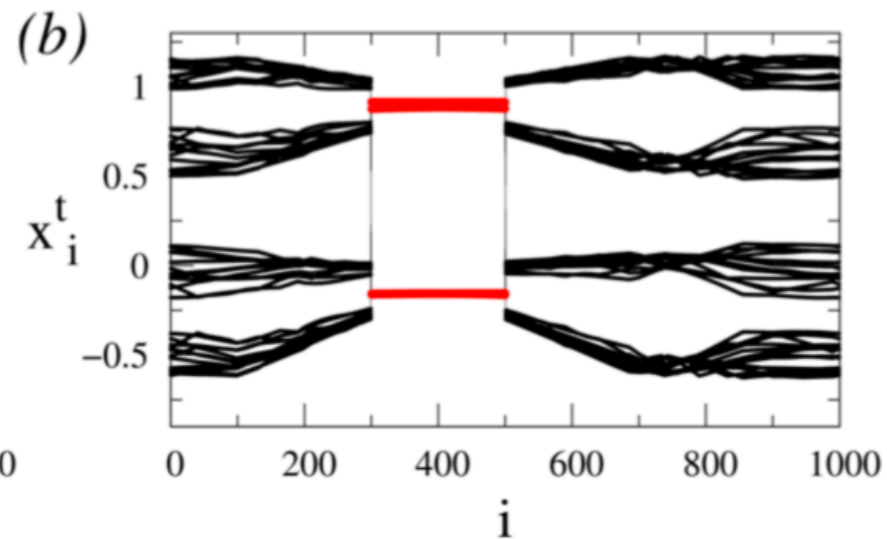
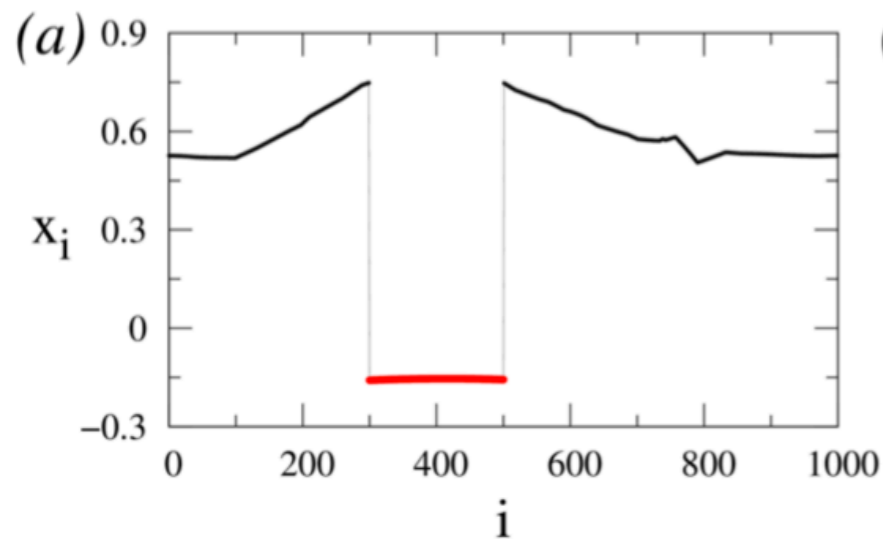
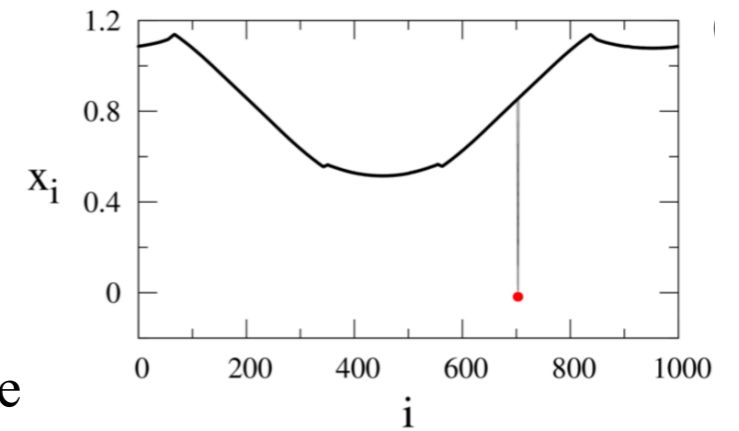


*Принцип "больше уединенных осцилляторов - шире бассейн притяжения" работает в обе стороны*

# Специально подготовленные начальные условия



При выборе таких специально подготовленных начальных условий можно даже задать кластер, находящийся в уединенном множестве



# Моделирование динамики парциального элемента при помощи неавтономного отображения

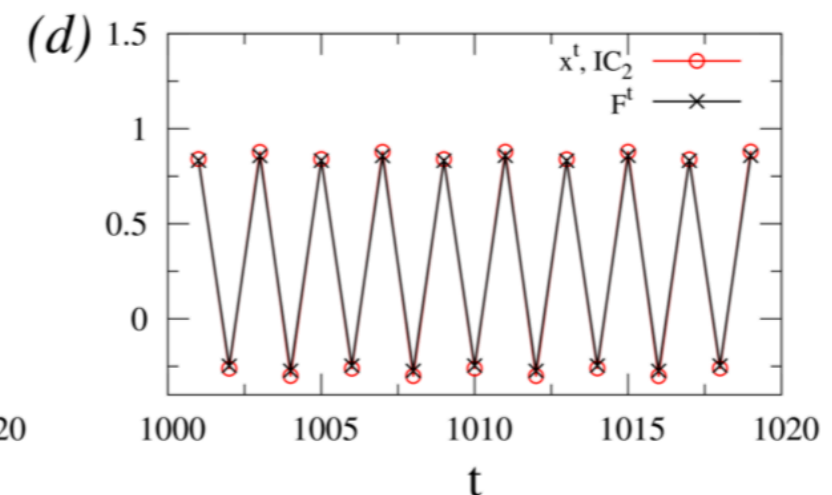
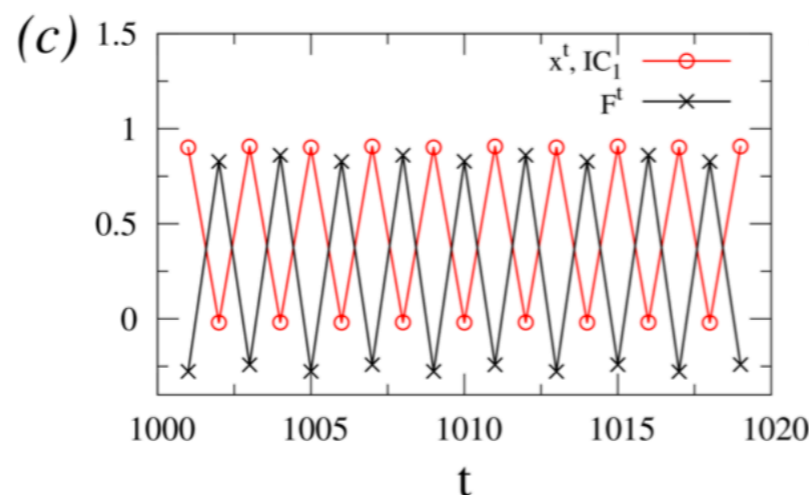
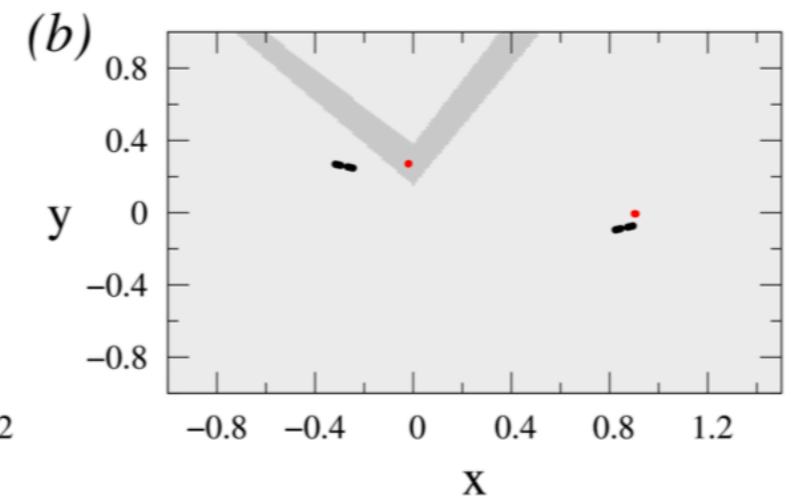
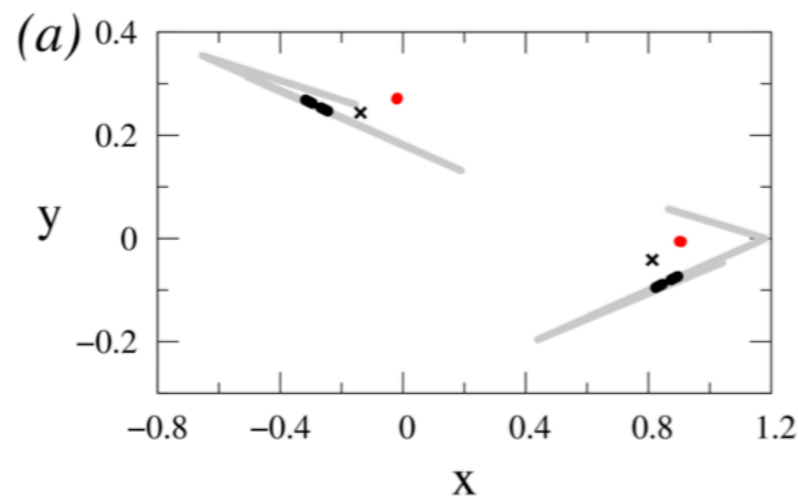
$$x^{t+1} = (1 - \sigma)f_x(x^t, y^t) + F^t, \quad y^{t+1} = f_y(x^t, y^t), \quad (4)$$

$$\text{где } F^t = \frac{\sigma}{2P} \times \sum_{j=i-P}^{j=i+P} f(x_j^t, y_j^t) = \frac{\sigma}{2P} \times \sum_{j=i-P}^{j=i+P} (1 - \alpha |x_j^t| + y_j^t), \quad j \neq i$$

$$X^{t+1} = 1 - \alpha_{\text{eff}} |X^t| + X^t, \quad Y^{t+1} = \beta_{\text{eff}} X^t, \quad (5)$$

где  $\alpha_{\text{eff}} = (1 - \sigma)\alpha$ ,  $\beta_{\text{eff}} = (1 - \sigma)\beta$  - эффективные параметры системы.

$F^t$  - это усредненное влияние соседних осцилляторов. Если все соседние осцилляторы являются типичными, то это слагаемое можно заменить конкретным значением, которое является результатом усреднения по одной из лент двухленточного аттрактора Лози.



# Заключение

---

- Был получен механизм возникновения уединенных состояний в ансамбле отображений Лози.
- Показано, что множество уединенных состояний имеет свой бассейн притяжения
- Бассейн притяжения увеличивается при уменьшении силы связи. Это приводит к тому, что всё большее количество осцилляторов попадает в соответствующие бассейны притяжения со случайных начальных условий, и число уединенных состояний растет.
- Используя специально подготовленные начальные условия и зная положение бассейнов притяжения можно задать любое количество уединенных состояний.
- Бистабильность парциальных элементов вызвана особым взаимодействием в сети. Аналогичный эффект можно получить, используя одно неавтономное отображение Лози.

Спасибо за внимание!