

Верификация численных расчетов собственных чисел и собственных функций линейного несамосопряженного оператора Перрона–Фробениуса



**В. М. Аникин,
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского,
Физический факультет**

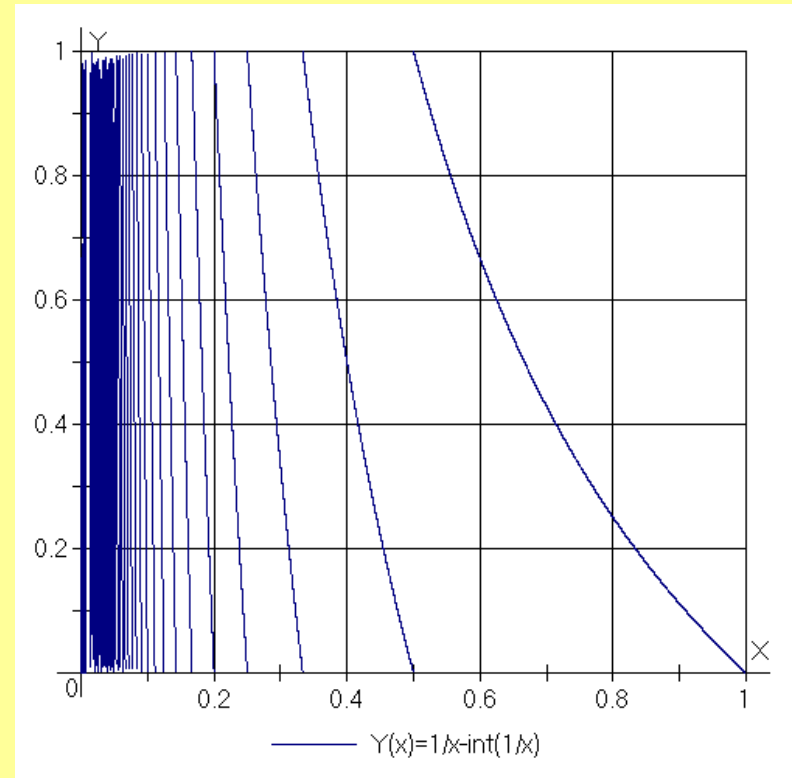
Оператор Перрона-Фробениуса (ОПФ) для хаотических отображений

Отображение Гаусса:

$$x_{n+1} = \left\{ \frac{1}{x_n} \right\}, \quad x_n \in (0,1), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

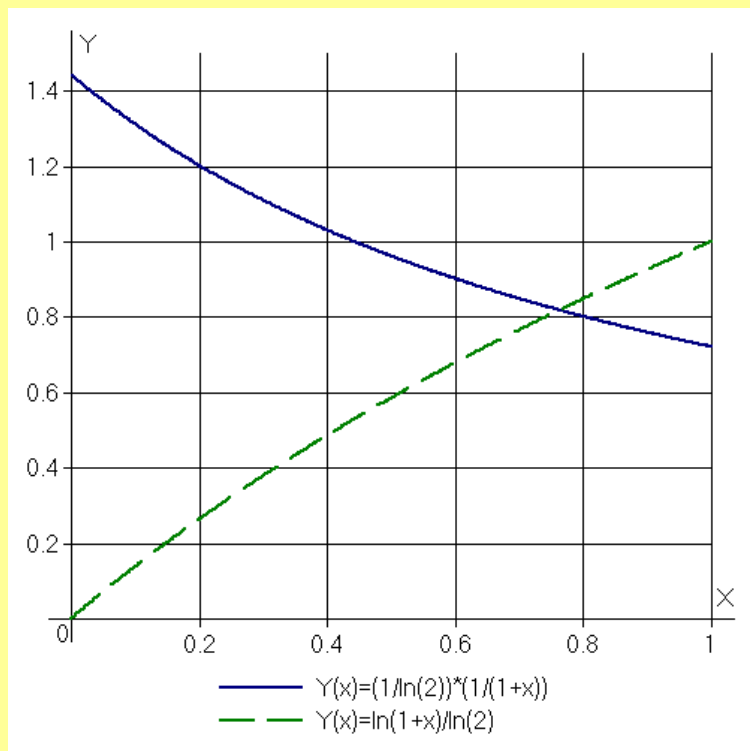
Оператор Перрона-Фробениуса:

$$Pf(x) = \int_0^1 f(\xi) \delta(x - \{1/\xi\}) d\xi$$



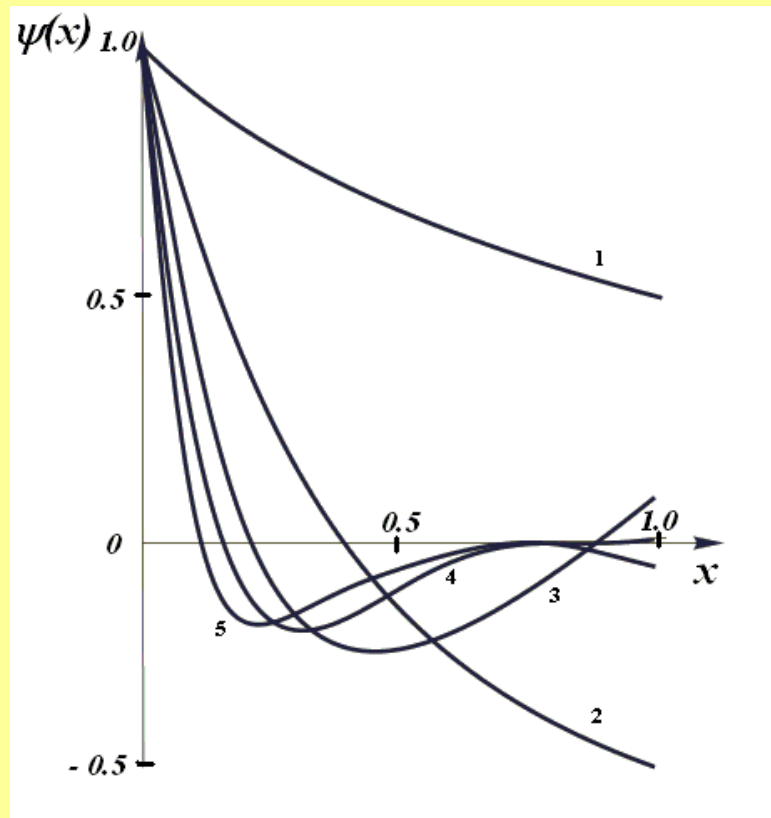
$$Pf(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(x+k)^2} f\left(\frac{1}{x+k}\right)$$

Верификация расчетов собственных функций ОПФ



$$f^*(x) = \frac{1}{\ln 2} \frac{1}{1+x}, \quad x \in (0,1)$$

$$\int_A \psi_1(x) dx = 1$$



$$P\psi_k(\alpha) = \lambda_k \psi_k(\alpha)$$

$$\int_A \psi_k(x) dx = 0, \quad k = 2, 3, \dots$$

Верификация расчетов собственных чисел ОПФ

Второе собственное число ОПФ отображения Гаусса

– новая фундаментальная константа (по Д. Кнуту):

$$\begin{aligned}
 -\lambda_2 &= // 3,3,2,2,3,13,1,174,1,1,1,2,2,2,1,1,1,2,2,1,\dots // = \\
 &= 0.30366\ 30028\ 98732\ 65859\ 74481\ 21901\ 55623\ 31108\ 77352\ 25365 \\
 &\quad 78951\ 88245\ 48146\ 72269\ 95294\ 24691\ 09843\ 40811\ 93436\ 36368\dots
 \end{aligned}$$

Первый расчет собственных чисел ОПФ (К. И. Бабенко):

0,9999999 ; **– 0,30366300** ; 0,1008845; – 0,04084584; **–0,0354962**; 0,0128438.

Отображение	2-е число λ_2	3-е число	4-е число	5-е число	6-е число	7-е число
Гаусса	–0,303663	0,10088	–0,03550	0,01284	–0,00472	0,00175
Кусочно-линейное	–0,(3)	0,(1)	–0,(037)	0,(012345679)	–0,0041...	0,0013717...

$$x_{n+1} = 1 - \{3x_n\} \qquad \lambda_k = 1/(-3)^k$$

Панорама СГУ

