

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа
и автоматического управления

**Метод анализа замкнутой сети массового обслуживания
с ненадежными приборами в системах обслуживания**

Фокина Надежда Петровна
Видяшева Юлия Сергеевна

Саратов, 2018

1. Описание сети массового обслуживания и метод анализа

Γ – замкнутая сеть массового обслуживания;

L – количество систем массового обслуживания;

S_i – система массового обслуживания типа $M / M / \kappa_i$, где $\kappa_i > 1$,
 $i = 1, \dots, L$;

μ_i , – интенсивность обслуживания $i = 1, \dots, L$;

Q – количество требований одного класса;

$\Theta = (\theta_{ij})$ – маршрутная матрица, $i, j = 1, \dots, L$.

$b = (b_i)$, $i = 1, \dots, L$, – вектор, определяющий структуру систем обслуживания сети, где $b_i = 0$, если в системе S_i все приборы работоспособны, $b_i = 1$, если один прибор в системе S_i восстанавливается.

B – множество всех векторов, $|B| = 2^L$.

Длительность наработки на отказ прибора системы S_i , и длительность его восстановления являются экспоненциально распределенными случайными величинами соответственно с параметрами α_i и β_i .

$\kappa_i \alpha_i$ – суммарная интенсивность выхода из строя прибора системы S_i ;

Предполагается, что маршрутная матрица Θ сети обслуживания не зависит от вектора b структуры систем сети.

Вероятность наработки на отказ прибора системы S_i равна $\beta_i / (\kappa_i \alpha_i + \beta_i)$, а вероятность восстановления равна $\kappa_i \alpha_i / (\kappa_i \alpha_i + \beta_i)$.

Изменение структуры сети приводит к возникновению переходного процесса, длительность которого, будем считать, существенно меньше длительности функционирования сети до очередного изменения структуры.

Стационарная вероятность того, что сеть обслуживания находится в состоянии b имеет мультипликативную форму

$$P(b) = \prod_{i=1}^L \frac{\delta(b_i) \kappa_i \alpha_i + (1 - \delta(b_i)) \beta_i}{\kappa_i \alpha_i + \beta_i}, \quad b \in B,$$

где $\delta(b_i) = 0$, если $b_i = 0$, иначе $\delta(b_i) = 1$.

Пусть $n = (n_i)$, $i = 1, \dots, L$, – состояние сети, где n_i – число требований в системе S_i . Известно, что стационарное распределение вероятностей состояний сети Γ при фиксированной структуре b определяется выражением

$$P(n, b) = \frac{1}{G} \prod_{i=1}^L \frac{x_i^{n_i}}{\prod_{m=1}^{n_i} \alpha_i(m)},$$

$$x_i = \omega_i / \mu_i,$$

где $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_L)$ – решение системы уравнений $\omega \Theta = \omega$ с условием нормировки $\sum_{i=1}^L \omega_i = 1$, $\alpha_i(m) = \min(m, \kappa_i - b_i)$, $1 \leq m \leq N$, G – нормализующая константа.

Безусловная вероятность пребывания сети в состоянии n определяется выражением

$$P(n) = \sum_{b \in B} P(n, b)P(b).$$

Коэффициент использования приборов системы S_i за время функционирования сети равен

$$\psi_i = \sum_{b \in B} \psi_i(b)P(b),$$

где $\psi_i(b)$ – коэффициент использования приборов системы S_i при структуре b ,

математическое ожидание (м.о.) числа требований в системе S_i равно

$$\bar{n}_i = \sum_{b \in B} \bar{n}_i(b)P(b),$$

где

$$\bar{n}_i(b) = \sum_{k=0}^N k \sum_{n: n_i=k} P(n, b),$$

м.о. числа занятых приборов в системе S_i

$$\bar{h}_i = \sum_{b \in B} \bar{h}_i(b) P(b),$$

где

$$\bar{h}_i(b) = \sum_{n: n_i < \kappa_i - b_i} n_i P(n, b) + (\kappa_i - b_i) \sum_{n: n_i \geq \kappa_i - b_i} P(n, b),$$

м.о. длительности пребывания требований в системе S_i

$$\bar{u}_i = \sum_{b \in B} \bar{u}_i(b) P(b),$$

где по формуле Литтла

$$\bar{u}_i(b) = \bar{n}_i(b) / \lambda_i(b),$$

$\lambda_i(b)$ – интенсивность входящего потока требований в систему S_i при структуре b , $\lambda_i(b) = \mu_i \bar{h}_i(b)$.

2. Пример

$$L=5$$

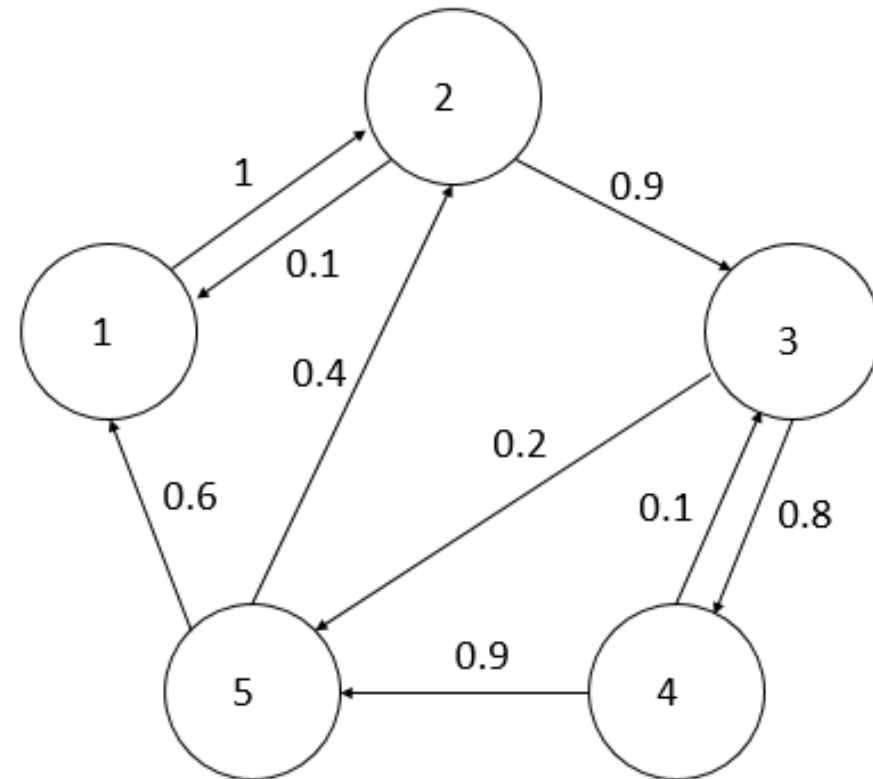
$$Q=10$$

$$\kappa = (2, 3, 3, 2, 3)$$

$$\mu = (1.3, 1.2, 1.2, 1.1, 1.2)$$

$$\alpha = (0.01, 0.02, 0.01, 0.01, 0.02)$$

$$\beta = (0.1, 0.1, 0.2, 0.1, 0.2)$$



В результате анализа сети с ненадежными приборами получены следующие характеристики:

Характеристики	Номер СМО				
	1	2	3	4	5
λ_i	0.858	1.341	1.312	1.050	1.207
\bar{n}_i	0.812	1.537	1.482	4.873	1.297
\bar{u}_i	0.948	1.146	1.129	4.641	1.074
\bar{h}_i	0.660	1.118	1.094	0.954	1.006